



Európska únia
Európsky sociálny fond



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

NÚCEM
NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH
MERANÍ VZDELÁVANIA



ZYŠOVANIE KVALITY VZDELÁVANIA
NA ZÁKLADNÝCH A STREDNÝCH
ŠKOLÁCH S VYUŽITÍM ELEKTRONICKEHO TESTOVANIA

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ V TESTOVÝCH ÚLOHÁCH





Európska únia
Európsky sociálny fond



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

NÚCEM
NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH
MERANÍ VZDELÁVANIA



ZYŠOVANIE KVALITY VZDELÁVANIA
NA ZÁKLADNÝCH A STREDNÝCH
ŠKOLÁCH S VYUŽITÍM ELEKTRONICKEHO TESTOVANIA

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ V TESTOVÝCH ÚLOHÁCH



Úlohou farmára Michala bolo pokosiť lúku. Ak by kosil sám, trvalo by mu to 12 hodín. Keď mal pokosenú štvrtinu lúky, poslali mu na pomoc Petra, ktorý pracuje rovnako rýchlo. Vypočítajte, koľko hodín a minút trvalo Michalovi pri takto zmenenej situácii kosenie lúky.

Michal lúku skutočne kosil ____ h ____ min.

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ V TESTOVÝCH ÚLOHÁCH

Publikácia vznikla ako výstup z projektovej aktivity 1.1 národného projektu Zvyšovanie kvality vzdelávania na základných a stredných školách s využitím elektronického testovania, spolufinancovaného z prostriedkov EÚ, ktorého riešiteľom bol Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania.

Autorský kolektív pracoval pod vedením: PaedDr. Lucia Ficová, PhD.

Autori: PaedDr. Lucia Ficová, PhD.
Mgr. Mária Havrlentová, PhD.
PaedDr. Iveta Kohanová, PhD.
Mgr. Hana Matušková, PhD.
Mgr. Margita Marušková
PaedDr. Soňa Švecová, PhD.

Recenzent: doc. RNDr. Marta Vrábelová, CSc.

Grafická úprava: Ing. Jana Madarászová
Jazyková úprava: Mgr. Eva Stružová
Obálka: Ing. Jana Madarászová
Obrázky na obálke: Mgr. Hana Matušková, PhD.
Ilustrácia: akad. mal. Jindřich Prášil
Zostavila: Mgr. Mária Havrlentová, PhD.

OBSAH

Zoznam tabuliek a grafov	4
Úvod	7
1. Matematická gramotnosť	9
2. Matematická gramotnosť v medzinárodných a národných meraniach v podmienkach Slovenskej republiky	15
2.1. Medzinárodné merania matematickej gramotnosti v podmienkach SR	15
2.2. Národné merania matematickej gramotnosti v podmienkach SR	19
3. Charakteristika úloh zameraných na testovanie matematickej gramotnosti	27
3.1. Praktickosť, reálnosť matematizovanej situácie	30
3.2. Nezávislosť úloh v rámci jedného spoločného obsahu	35
3.3. Stanovenie cieľa testovej úlohy	37
3.4. Jednoznačnosť testovej úlohy	40
3.5. Emočná neutrálnosť a rodová rovnosť	45
Záver	47
Literatúra	48

ZOZNAM TABULIEK A GRAFOV

Tab. 1 Percentuálne zastúpenie žiakov z jednotlivých typov škôl v príslušnom roku realizácie štúdie PISA

Tab. 2 Charakteristika úrovní matematickej gramotnosti

Tab. 3 Porovnanie SR a priemeru krajín OECD v príslušnom roku realizácie štúdie PISA z hľadiska percentuálneho podielu testovaných žiakov v jednotlivých úrovniach matematickej gramotnosti

Tab. 4 Základná charakteristika testov z matematickej gramotnosti

Tab. 5 Úspešnosť jednotlivých krajov Slovenska v testovaniach matematickej gramotnosti

Tab. 6 Základná charakteristika testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2013/2014

Tab. 7 Štatistická analýza testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2013/2014

Tab. 8 Základná charakteristika testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2014/2015

Tab. 9 Štatistická analýza testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2014/2015

Graf 1: Graf pred úpravou

Graf 2: Graf po úprave

ÚVOD

Publikácia je určená predovšetkým učiteľom matematiky na vzdelávacích stupňoch ISCED 1, ISCED 2 a ISCED 3, širokej odbornej verejnosti, ako aj každému, kto sa o problematiku týkajúcu sa matematickej gramotnosti zaujíma.

Snažili sme sa v nej uchopiť pojem matematickej gramotnosti, podať informácie o jeho vnímaní v zahraničí a na Slovensku a prezentovať náš pohľad na matematickú gramotnosť v súvislosti s tvorbou testových úloh z tejto oblasti.

V prvej kapitole sa bližšie venujeme vzniku potreby definovať matematickú gramotnosť a rozvíjať ju u žiakov. Prezentujeme viaceré definície matematickej gramotnosti, z ktorých sa v závere tejto kapitoly snažíme koncipovať súhrnný pohľad na tento pojem.

V druhej kapitole uvádzame prehľad všetkých meraní matematickej gramotnosti zrealizovaných na Slovensku Národným ústavom certifikovaných meraní vzdelávania. Venujeme sa medzinárodným i národným meraniam, pričom pri každom meraní stručne uvádzame dosiahnuté výsledky našich žiakov.

Nosnú časť publikácie tvorí tretia kapitola, v ktorej sa sústreďujeme na úlohy zamerané na testovanie matematickej gramotnosti. Cez charakteristiku spoločného obsahu, ktorý sa často v úlohách z matematickej gramotnosti využíva, zhrnutie skúseností s jeho používaním a tvorením, sa dostávame k základným kritériám, ktoré by mali spĺňať testové úlohy z matematickej gramotnosti. Každé kritérium pre testové úlohy z matematickej gramotnosti sa snažíme ilustrovať vhodnými ukázkami úloh.

Pojem matematická gramotnosť je široký a na území Slovenska je pomerne málo publikácií venovaných tejto problematike, preto veríme, že učitelia, ktorí obohacujú hodiny matematiky o úlohy z matematickej gramotnosti, alebo sa tak chystajú urobiť, nájdu v nasledujúcich kapitolách využiteľný materiál.

1. MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ

V minulosti sa hovorilo hlavne o probléme negramotnosti ľudí v súvislosti so schopnosťou čítať a písať. Dnes sa dostáva do pozornosti spoločnosti aj ďalší aspekt gramotnosti a síce schopnosť správne zaobchádzať s číslami, dátami, tvarmi a na ich základe hodnotiť tvrdenia z nich vychádzajúce. Toto si mnohokrát vyžaduje hlbšie porozumenie významu čísel a tvarov, súvislostí medzi nimi a tiež odhadovanie. Neschopnosť zaobchádzať s číslami môže byť spôsobená štrukturalistickým prístupom vo vyučovaní, kde sa dôraz kladie hlavne na algoritmy a málo priestoru sa dáva riešeniu reálnych problémov¹. To určite súvisí aj s tým, že matematika bola donedávna vnímaná skôr ako abstraktná disciplína, stojaca za alebo nad reálnymi súvislosťami a oceňovaná ako umenie čistého myslenia². Ak niekto nebol v matematike úspešný, často sa hovorilo, že ide o isté genetické vlohy alebo jednoducho, že nie je matematický typ, čím bol jeho neúspech ospravedlnený. Táto myšlienka bola často prenášaná aj do vyučovania a žiaci sa tak len málokedy stretli s jej reálnym využitím, čím nedochádzalo práve k spojeniu reálneho sveta so svetom školskej, abstraktnej matematiky. V žiakoch sa tak oprávnenne vytváral pocit, že to, čo sa na hodine matematiky učia, je potrebné a využiteľné len na hodine matematiky.

Vzdelávanie v matematike však s vývojom spoločnosti začalo postupne podliehať rôznym diskusiám o jeho význame vo všeobecnom vzdelávaní a často bolo kritizované za to, že jeho obsah, ale aj používané metódy, formy a prostriedky nezodpovedajú potrebám vzdelaného človeka 21. storočia. Totiž, hlavne v súvislosti so zámermi Európskeho parlamentu v oblasti vzdelávania sa do popredia dostal pojem *kompetencie* resp. *klúčové kompetencie*. O tomto pojme možno hovoriť aj ako novom fenoméne vo vzdelávaní. Vznikol ako spojenie medzi požiadavkami kladenými zamestnávateľmi na uchádzača o prácu a profilom absolventa. Podľa Belza a Siegfrišta klúčové kompetencie popísal prvýkrát D. Mertens už v roku 1974 v súvislosti s trhom práce a zamestnanosťou³. Európska komisia hovorí o klúčových kompetenciách ako o *prenosnom a multifunkčnom súbore vedomostí, zručností a postojov, ktoré potrebuje každý jedinec pre svoje osobné naplnenie a rozvoj, pre zapojenie sa do spoločnosti a úspešnú zamestnateľnosť*⁴. V roku 2006 bolo vydané odporúčanie Európskeho parlamentu a rady z 18. decembra 2006 o klúčových kompetenciách pre celoživotné vzdelávanie (2006/962/ES), v ktorom sa odporúča, aby členské štáty rozvíjali klúčové kompetencie u všetkých ako súčasť ich stratégií celoživotného vzdelávania vrátane stratégií na dosiahnutie všeobecnej gramotnosti a aby ako referenčný nástroj využívali „Klúčové kompetencie pre celoživotné vzdelávanie – európsky referenčný rámec“, ktorý je prílohou spomínaného dokumentu. V uvedenom rámci sú kompetencie definované ako *kombinácia vedomostí, zručností a postojov primeraných danému kontextu. Klúčové kompetencie sú tie, ktoré potrebujú všetci jednotlivci na osobné uspokojenie a rozvoj, aktívne občianstvo, spoločenské začlenenie a zamestnanosť*⁵.

Aj na Slovensku bola podnietená odborná diskusia o ďalšom smerovaní vzdelávania. Bol vypracovaný Národný program výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike, v ktorom bola ako jeden z cieľov kurikulárnej transformácie formulovaná potreba zredukovať rozsah učiva a smerovať obsah vzdelávania na problémy vyplývajúce z každodenného života. Ako prvá z priorit tohto programu sa uvádza: „*Prispôsobovanie obsahu a procesu výchovy a vzdelávania potrebám učiacej sa, informatickej spoločnosti (vzbudzovanie záujmu o vzdelávanie, posilňovanie kreativity a schopnosti učiť sa, spolupracovať, identifikovať a riešiť problémy, komunikovať, rozvíjať tzv. klúčové kompetencie, podpora informačných a komu-*

¹ TREFFERS, A.: *Meeting innumeracy at primary school*. In: *Educational Studies in Mathematics*. Netherlands : Kluwer Academic Publishers, 1991, pp. 333-352.

² ATWEH, B. - FORGASZ, H. - NEBRES, B.: *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective*. New York : Psychology Press, 2001, 446 s. ISBN 0805837256

³ BELZ, H. - SIEGFRIST, M.: *Klúčové kompetence a jejich rozvíjení*. Praha : Portál, 2001, 376 s. ISBN 80-7178-479-6

⁴ EURÓPSKA KOMISIA: *Implementation of the "Education & Training 2010" programme*. Brusel : Commission of the European Communities, 2003, 82 s.

⁵ ÚRADNÝ VESTNÍK EURÓPSKEJ ÚNIE: *Odporúčanie Európskeho parlamentu a rady z 18. decembra 2006 o klúčových kompetenciách pre celoživotné vzdelávanie*. 2006. 9 s.

nikáčnych technológií, rozširovanie a prehlbovanie jazykových kompetencií, podpora neformálneho a dištančného vzdelávania).“⁶

V týchto súvislostiach sa mení aj názor na postavenie matematiky. Vzniká potreba rozvíjať u žiakov schopnosť využiť poznatky z matematiky vo svojom živote, pre svoj prospech a pre aktívne zapojenie sa do spoločnosti. Možno povedať, že vzniká potreba vzdelávať gramotných žiakov v oblasti matematiky. Potreba orientácie matematického vzdelávania pre praktické využitie je preto zdôrazňovaná aj v aktuálnom Štátnom vzdelávacom programe (ŠVP) z matematiky na všetkých stupňoch vzdelávania. Podľa ŠVP z matematiky pre ISCED 1 sa matematické vzdelávanie vníma ako vzdelávanie, ktoré je založené na realistickom prístupe k získavaniu nových vedomostí a na využívaní manuálnych a intelektových činností pre rozvíjanie širokej škály žiackych schopností. Na rovnakom princípe sa pristupuje k aplikácii nových matematických vedomostí v reálnych situáciách. Takýmto spôsobom nadobudnuté základné matematické vedomosti umožňujú žiakom získať matematickú gramotnosť novej kvality, ktorá by sa mala prelínať celým základným matematickým vzdelávaním a vytvárať predpoklady pre ďalšie úspešné štúdium matematiky a pre celoživotné vzdelávanie⁷. V ŠVP z matematiky pre ISCED 2 sa v cieľoch vyučovania matematiky uvádza: „... vyučovanie by malo viesť k budovaniu vzťahu medzi matematikou a realitou, k získavaniu skúseností s matematizáciou reálnej situácie a tvorbou matematických modelov“⁸. Aj v ŠVP z matematiky pre gymnáziá (ISCED 3A) sa matematika charakterizuje v súvislosti s jej využitím v reálnom živote a síce ako predmet zameraný „na rozvoj matematickej kompetencie“, pričom aj vo viacerých cieľoch matematického vzdelávania na tomto stupni sa uvádza potreba orientácie na praktické využívanie nadobudnutých poznatkov⁹. Inovovaný štátny vzdelávací program pre matematiku ISCED 2, ktorý nadobudne platnosť v septembri 2015, dokonca už priamo používa pojem matematickej gramotnosti na definovanie charakteristiky predmetu matematika. Matematika sa v primárnom a nižšom sekundárnom vzdelávaní vníma ako predmet, ktorý je prioritne zameraný na budovanie základov matematickej gramotnosti a na rozvíjanie kognitívnych oblastí – vedomostí, aplikácia, zdôvodňovanie^{10 11}.

Na súčasné vnímanie pojmu matematická gramotnosť majú vplyv najmä viaceré medzinárodné štúdie, v ktorých sa odborníci snažia uchopiť tento pojem a definovať ho. Od roku 2000 sa v trojročných cykloch uskutočňuje medzinárodná štúdia PISA, ktorá sa sústreďuje na 15-ročných žiakov, pričom sa zameriava práve na zisťovanie výsledkov vzdelávania z pohľadu požiadaviek trhu práce (t. j. funkčnú gramotnosť žiakov z hľadiska teórie celoživotného vzdelávania sa). Cieľom štúdie teda nie je hodnotenie výkonov jednotlivých žiakov alebo škôl, ale sledovanie výsledkov vzdelávacích systémov zúčastnených krajín a ich zmien v čase a prinášanie námetov na zlepšenie vzdelávacej politiky¹². Úlohy v tejto štúdii tak nevychádzajú z učebných osnov, ale sú zamerané na to, či žiaci majú schopnosť použiť to, čo vedú v praxi.

Matematická gramotnosť je v rámci štúdie PISA definovaná ako *schopnosť jedinec rozpoznáť a pochopiť úlohu matematiky vo svete, robiť zdôvodnené hodnotenia, používať matematiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmýšľajúceho občana*¹³. Podobne, i keď nie úplne rovnako, je vnímaná matematická gramotnosť v najväčšom a najkomplexnejšom medzinárodnom výskume zameranom na kompetencie dospelých PIAAC (The Programm for the International Assessment of Adult Competencies), kde sa tento pojem chápe ako *schopnosť získavať, používať, interpretovať a komunikovať matematické informácie a pojmy pri riešení matematických otázok v rôznych situáciách každodenného života. Za matematicky gramotného je považovaný ten, kto správne*

⁶ Národný program výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike. Bratislava : MŠV a Š SR, 2001, 29 s.

⁷ ÚRADNÝ VESTNÍK EURÓPSKEJ ÚNIE: Odporúčanie Európskeho parlamentu a rady z 18. decembra 2006 o kľúčových kompetenciách pre celoživotné vzdelávanie. 2006. 9 s.

⁸ Štátny vzdelávací program – Matematika príloha ISCED2. Bratislava : ŠPÚ, 2010, 45 s.

⁹ Štátny vzdelávací program – Matematika príloha ISCED3A. Bratislava : ŠPÚ, 2009, 13 s.

¹⁰ Štátny vzdelávací program – Matematika – primárne vzdelávanie. Bratislava : ŠPÚ, 2009, 25 s.

¹¹ Štátny vzdelávací program – Matematika – nižšie stredné vzdelanie. Bratislava : ŠPÚ, 2009, 39 s.

¹² PISA – čitateľská, matematická a prírodovedná gramotnosť 15-ročných žiakov ZŠ a SŠ. Bratislava : NÚCEM, 2010.

¹³ PISA Slovensko, 2006. Národná správa. Bratislava : ŠPÚ, 2007, 56 s. ISBN 978-80-89225-37-8

reaguje na matematický obsah, informácie a pojmy, s ktorými sa stretáva v rôznych kontextoch každodenného života¹⁴. Podobne možno nájsť v odborných článkoch vymedzenie pojmu matematická gramotnosť ako schopnosť používať matematické vedomosti a um v situáciách každodenného života¹⁵.

Ak sa pozrieme bližšie na uvedené definície z pohľadu toho, čo by mal byť schopný robiť matematicky gramotný jedinec, zistíme, že i keď neobsahujú tie isté činnosti, vo všetkých možno nájsť náznak potreby modelovania reálnej situácie. Modelovanie reálnej situácie predstavuje proces, v ktorom človek transformuje danú reálnu situáciu do jazyka matematiky, pričom stavia na nadobudnutých matematických poznatkoch. Úlohu v jazyku matematiky vyrieši a riešenie spätne interpretuje v pôvodnom kontexte. O modelovaní sa v rámci štúdie PISA dokonca hovorí aj ako o základnom kameni jej matematického rámca¹⁶. V súlade so všetkými uvedenými definíciami možno povedať, že matematická gramotnosť si samozrejme vyžaduje isté množstvo základných matematických vedomostí a zručností (matematická terminológia, vzorce, vykonávanie istých operácií a realizácia určitých postupov), avšak kľúčovou je schopnosť použiť matematiku pri formulovaní, analyzovaní, riešení a interpretácii problémov v rôznych situáciách a kontextoch reálneho života. Nastolené problémy by tak mali vychádzať zo situácií, ktoré v živote človeka môžu nastať a pri ich riešení je nutné využiť poznatky z matematiky. To znamená, že priamo reprezentujú odpoveď na otázku „Na čo mi v živote bude matematika?“ a vyjadrujú, čo potrebuje človek v dnešnej dobe vedieť a byť schopný urobiť v situáciách, v ktorých používa matematiku. Človek, ktorý je schopný takto nastolené problémy riešiť, je tak lepšie pripravený využívať matematiku vo svojom živote pre svoj prospech a pre aktívne začlenenie sa do spoločnosti.

Matematickú gramotnosť tak možno v porovnaní s „čistou“ matematikou považovať za menej formálnu, viac konkrétnu ako symbolickú, menej abstraktnú, viac kontextovú a viac intuitívnu. Viac dôrazu by sa v rámci nej malo klásť na zdôvodňovanie, kritické myslenie a uvažovanie, čo možno nazvať aj ako kompetencie, ktoré by mal mať matematicky gramotný jedinec. V už spomínanej štúdii PISA je vymedzených celkovo až 7 kompetencií (pôvodný počet 8 kompetencií z roku 2003 bol matematickou expertnou skupinou v roku 2012 znížený), ktorými by mal disponovať matematicky gramotný jedinec¹⁷. Sú to:

1. Komunikácia

Jedinec najskôr zaregistruje určitý problém a to ho stimuluje k tomu, aby sa snažil problémovú situáciu pochopiť. Čítanie, porozumenie a interpretácia výrokov, otázok a objektov mu potom umožňuje, aby si vytvoril mentálny model situácie. Je to dôležitý krok v porozumení, vyjasnení a formulovaní problému. Priebeh riešenia si môže tiež vyžadovať, aby riešiteľ vedel zhrnúť a prezentovať priebežné výsledky. Po vyriešení problému býva tiež nutné toto riešenie prezentovať, vysvetliť a odôvodniť ostatným.

2. Matematizácia

Matematická gramotnosť zahŕňa aj transformáciu problému z reálneho sveta do jeho matematickej podoby (štruktúrovanie, konceptualizácia, vyslovovanie hypotéz, či vytvorenie matematického modelu) a tiež interpretáciu či vyhodnotenie matematického výsledku alebo matematického modelu v kontexte pôvodného problému. Pojem „matematizácia“ odzrkadľuje tie základné matematické úkony, ktoré sú k tomu potrebné.

¹⁴ OECD. 2013. OECD Skills Outlook 2013: *First Results from the Survey of Adult Skills*. Paris : OECD Publishing, 2013, 464 s. ISBN 978-92-64-20425-6

¹⁵ STEEN, L. A. - TURNER, R. - BURKHARDT, H.: *Developing mathematical literacy*. In: *Modelling and applications in mathematics education*. USA : Springer US, 2007, pp. 285-294. ISBN 978-0-387-29820-7

¹⁶ PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: *Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris : OECD Publishing, 2013, 265 s. ISBN 978-92-64-19051-1

¹⁷ PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: *Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris : OECD Publishing, 2013, 265 s. ISBN 978-92-64-19051-1

3. Zobrazenie/Reprezentácia

Matematická gramotnosť zahŕňa aj reprezentovanie matematických objektov a situácií. Patrí sem výber vhodnej reprezentácie, interpretácie a využívanie rôznych foriem reprezentácie. Reprezentácia môže mať formu grafov, tabuliek, schém, obrázkov a náčrtov, rovníc, vzorcov či konkrétnych materiálov.

4. Uvažovanie a argumentácia

Ide o schopnosť, ktorá je potrebná pri mnohých matematických činnostiach na rôznych úrovniach matematickej gramotnosti, zahŕňa logické myšlienkové procesy, s pomocou ktorých je možné skúmať a dávať do súvislostí rôzne prvky problému, aby bolo možné vyvodzovať logické dôsledky, overovať predložené tvrdenia alebo odôvodňovať riešenie problému.

5. Navrhnutie stratégií riešenia problému

Matematická gramotnosť si od jedinca často vyžaduje navrhnúť vhodné stratégie pre matematické riešenie problému. K tomu je potrebné ovládanie súboru kritických kontrolných mechanizmov, vďaka ktorým je možné identifikovať a riešiť problémy. V rámci tejto kompetencie ide tiež o kontrolu postupu riešenia.

6. Použitie symbolického, formálneho a technického jazyka a operácií

Ide o schopnosť používať symbolický, formálny a technický jazyk a operácie. To zahŕňa porozumenie, interpretáciu a využitie symbolických vyjadrení v matematickom kontexte (vrátane aritmetických výrazov a operácií). Patrí sem tiež pochopenie a používanie formálnych konštrukcií, ktoré vychádzajú z definícií, pravidiel a formálnych systémov.

7. Použitie matematických nástrojov

Poslednou matematickou kompetenciou, ktorú matematická gramotnosť v praxi vyžaduje, je používanie matematických nástrojov. K matematickým nástrojom radíme ako fyzické nástroje (napr. meradlá) tak aj kalkulačky, či počítačové nástroje. Táto kompetencia sa skladá tak zo znalostí a zručností v oblasti používania celého radu nástrojov, s pomocou ktorých je možné vykonávať matematické aktivity, ako aj zo znalosti hraníc ich využitia.

Okrem pojmu matematická gramotnosť sa možno v odbornej literatúre v súvislosti s využívaním matematiky v reálnych situáciách stretnúť aj s pojmom *kvantitatívna gramotnosť* (angl. *Quantitative literacy*) a s pojmom *číselná gramotnosť* (angl. *Numeracy*). Tieto pojmy sú väčšinou, ako uvádza aj Kaye Stacey, používané ako synonymá pojmu matematická gramotnosť. Pojem „numeracy“ obzvlášť prevláda v krajinách ovplyvnených britskou tradíciou, napríklad v Austrálii je tento pojem používaný v rôznych významoch, počínajúc od konkrétnej schopnosti práce s číslami, cez schopnosť použitia matematiky v rôznych situáciách až k schopnosti pochopiť význam matematiky¹⁸. Podľa austrálskej asociácie učiteľov matematiky (AAMT) byť číselne gramotný znamená efektívne používať matematiku v situáciách bežného života doma, v práci, v spoločnosti a občianskom živote¹⁹. V USA hovoria výskumníci o potrebe prípravy žiakov pre život používaním pojmu „quantitative literacy“, ktorý si získal väčšiu pozornosť v súvislosti s knihou od Lynna Arthura Steena, *Matematika a demokracia: Dôvod pre kvantitatívnu gramotnosť*. Pojem kvantitatívna gramotnosť opisuje ako *schopnosť efektívne zaobchádzať s kvantitatívnym aspektom života*²⁰. Podobne je tento pojem definovaný aj v medzinárodnom prieskume životných

¹⁸ STACEY, K.: *Mathematical and scientific literacy around the world*. In: Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia. New York : City University of New York, 2010, pp. 1-16.

¹⁹ WATSON, J. M.: *Quantitative Literacy in the Media: An Arena for Problem Solving*. Australia : Australian Association of Mathematics Teachers, 2004, pp. 34-40.

²⁰ STEEN, L. A.: *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Washington, DC : National Council on Education and the Disciplines, 2001, 142 s. ISBN 0-9709547-0-0

zručností (*angl. International Life Skill Survey*) a to ako výber zručností, vedomostí, presvedčení, dispozícií, zvyklostí myslieť, komunikačných schopností a schopností riešiť problémy, ktoré ľudia potrebujú efektívne využiť v situáciách doma a v práci, v ktorých sa vyskytnú kvantitatívne okolnosti²¹. Zaujímavo však porovnáva pojmy matematická gramotnosť a kvantitatívna gramotnosť Deborah Hughes Hallett, ktorá hovorí, že matematicky gramotný človek *chápe veľké množstvo matematických pojmov a vie ich používať v matematických kontextoch*, ale nemusí byť schopný aplikovať ich v širokej škále každodenných kontextov. Naopak, kvantitatívne gramotný človek *pozná možno menej matematických pojmov, ale dokáže ich vo všeobecnosti aplikovať*²².

Vzhľadom na skôr uvedené definície matematickej gramotnosti sa však stotožňujeme s názorom Jana de Lange, člena Freudenthalovho inštitútu v Utrechte, predsedu expertnej skupiny pre matematiku v štúdiu OECD PISA do roku 2012, ktorý vníma matematickú gramotnosť všeobecnejšie. Matematická gramotnosť sa podľa neho neobmedzuje len na schopnosť aplikovať kvantitatívnu, číselnú stránku matematiky (ako je zdôrazňované pri viacerých vymedzeniach kvantitatívnej, číselnej gramotnosti), ale zahŕňa vedomosti z matematiky v širšom zmysle. Napríklad čítanie a interpretovanie máp, priestorovú predstavivosť a vnímanie priestorových vzťahov²³, ale tiež aj čítanie a interpretáciu tabuliek a grafov, porozumenie a kritický pohľad na tvrdenia vychádzajúce so štatistických údajov, interpretáciu výsledkov rôznych prieskumov, pochopenie vplyvu náhody na udalosti v živote človeka a iné.

Z uvedeného vyplýva, že pojem matematická gramotnosť zahŕňa také schopnosti človeka v oblasti matematiky, ktoré použije pre zabezpečenie vlastných potrieb, ale aj pre svoje aktívne každodenné spoločenské začlenenie. Možno preto povedať, že byť matematicky gramotný sa stáva v súčasnej spoločnosti nevyhnutnosťou.

²¹ STEEN, L. A.: *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Washington, DC : National Council on Education and the Disciplines, 2001, 142 s. ISBN 0-9709547-0-0

²² HALLETT, D. H.: *The role of mathematics courses in the development of quantitative literacy*. Quantitative Literacy. In: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges. New Jersey : National Council on Education and the Disciplines, 2003, pp. 91-98.

²³ DE LANGE, J. et al. Mathematics for literacy. In: *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*. USA : National Council on Education and the Disciplines, 2003, pp. 75-89. ISBN 0-9709547-1-9

2. MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ V MEDZINÁRODNÝCH A NÁRODNÝCH MERANIACH V PODMIENKACH SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Testovania matematickej gramotnosti v podmienkach Slovenskej republiky boli realizované v rámci medzinárodnej štúdie OECD PISA a v rámci národných projektov – *Hodnotenie kvality vzdelávania na ZŠ a SŠ v SR v kontexte prebiehajúcej obsahovej reformy vzdelávania, Zvyšovanie kvality vzdelávania na základných a stredných školách s využitím elektronického testovania*, ktorých riešiteľom je Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania. V nasledujúcej časti sa podrobnejšie pozrieme na zrealizované merania, pričom primárne zameriame pozornosť na matematickú gramotnosť.

2.1. Medzinárodné merania matematickej gramotnosti v podmienkach SR

V medzinárodných meraniach sa realizuje testovanie matematickej gramotnosti v štúdiu PISA, ktorá v rámci trojročných cyklov zaostruje svoju pozornosť na niektorú z hlavných oblastí hodnotenia (čitateľská gramotnosť, matematickú gramotnosť, prírodovedná gramotnosť). V rámci medzinárodných meraní je testovanie zamerané na všetky tri vyššie uvedené oblasti s tým, že v každom trojročnom období testovania je primárna jedna z troch oblastí a ďalšie dve sú jej sekundárnymi časťami. Matematická gramotnosť predstavovala primárnu testovanú oblasť v štúdiách OECD PISA 2003 a OECD PISA 2012. V rokoch 2006 a 2009 bola matematická gramotnosť testovaná ako sekundárna oblasť. V nasledujúcom texte sa pozrieme na súhrnné interpretovanie analyzovaných výsledkov z matematickej gramotnosti z tejto medzinárodnej štúdie v podmienkach SR.

Medzinárodná štúdia OECD PISA je zameraná na testovanie 15-ročných žiakov. V každom trojročnom období je do procesu testovania zapojený iný počet škôl – žiakov, kde daná stratifikovaná vzorka reprezentuje zastúpenie 15-ročných žiakov na Slovensku podľa vzdelávacieho stupňa a jednotlivých typov škôl, ktoré navštevujú, podľa vyučovacieho jazyka a podľa regiónu.

Tab. 1 Percentuálne zastúpenie žiakov z jednotlivých druhov škôl v príslušnom roku realizácie štúdie PISA

Stupeň vzdelania	Druh školy	Rok			
		2003	2006	2009	2012
		Percento	Percento	Percento	Percento
ISCED2	Základná škola	34,0	35,6	38,3	41,6
ISCED2	Špeciálna základná škola	0,4	0,8	0,7	1,2
ISCED2	Osemročné gymnázium	8,1	6,1	7,0	6,8
ISCED3	Gymnázium	13,6	13,7	13,5	16,1
ISCED3	Stredná odborná škola	22,4	26,4	24,0	26,1
ISCED3	Stredné odborné učilište s maturitou *	19,6	7,8	7,7	
ISCED3	Stredné odborné učilište bez maturity *	1,8	9,7	8,7	8,2

* V roku 2008 boli stredné odborné učilištia s maturitou a bez maturity premenované na stredné odborné školy, odbory s maturitou a odbory bez maturity.

V roku 2003 bolo testovaných najviac 15-ročných žiakov v počte 7 346 žiakov z 281 škôl. V roku 2006 a 2009 poklesol počet testovaných žiakov o viac ako 2 500 žiakov. V každom roku boli do testovania zapojení žiaci zo 189 škôl. V roku 2012 možno sledovať nárast počtu testovaných žiakov na počet 5 737 z 231 škôl.

Z dôvodu rozsahu danej kapitoly sa zameriame iba na kľúčové zistenia v rámci jednotlivých rokov a pokúsime sa poskytnúť komplexný pohľad na výstupy z matematickej gramotnosti. Pre potreby takéhoto spracovania je potrebné uviesť, aké boli výsledky 15-ročných žiakov v testovaní matematickej gramotnosti a na čo je zameraná pozornosť v rámci testovania v tejto oblasti. Ako sme už uviedli v predchádzajúcej kapitole, PISA na rozdiel od iných výskumov (štúdia IEA TIMSS, národné merania) netestuje, ako žiaci ovládajú učivo predpísané osnovami alebo inými pedagogickými dokumentmi na národnej úrovni. Vychádza z modelu celoživotného vzdelávania. Základom štúdie PISA je dynamický model celoživotného učenia sa, pretože nové vedomosti a zručnosti, ktoré sú nevyhnutné pre úspešnú adaptáciu na neustále sa meniaci svet, sa získavajú postupne po celý život. Cieľom štúdie PISA je zachytiť, ako dobre žiaci obstoja za hranicami učebných osnov. Prvé domény štúdie PISA čitateľská, matematická a prírodovedná gramotnosť (ďalšie domény, ktoré boli v priebehu doplnené sú finančná gramotnosť, elektronické testovanie čitateľskej a matematickej gramotnosti a riešenia problémov) sú úzko spojené s predmetmi, ktoré sa v školách vyučujú, ale úlohy sa sústreďujú na zručnosti a testujú ich v reálnych životných situáciách. Model určovania úrovne matematickej gramotnosti je rozdelený do 6 úrovní a je veľmi dôležitou súčasťou výstupov štúdie OECD PISA. Ponúkame zjednodušený opis šiestich úrovní matematickej gramotnosti²⁴.

Tab. 2 Charakteristika úrovní matematickej gramotnosti

Úroveň	Opis úrovne
Úroveň 1	Žiaci na úrovni 1 dokážu odpovedať na otázku zo známeho prostredia, v ktorom sú všetky dôležité informácie, pričom otázka je jasne definovaná. Sú schopní vyhľadávať informácie a zvládať rutinné postupy podľa jasných inštrukcií v explicitných situáciách. Vykonávajú postupy, ktoré sú takmer vždy zrejmé a okamžite vyplývajú z daného podnetu.
Úroveň 2	Žiaci na úrovni 2 interpretujú a rozoznávajú situácie v kontextoch, ktoré nevyžadujú viac než priame logické úsudky. Sú schopní pochopiť dôležitú informáciu z jedného zdroja, využiť jednoduchý spôsob znázornenia. Vedia pracovať so základnými algoritmami, vzorcami, postupmi alebo zaužívanými spôsobmi, aby vyriešili problém týkajúci sa celých čísel. Sú schopní presne interpretovať výsledok.
Úroveň 3	Žiaci na úrovni 3 vykonávajú jasne opísané postupy, vrátane tých, ktoré si vyžadujú postupné rozhodnutia. Ich výklady sú dostatočným základom pre vytváranie jednoduchého modelu alebo pre vyberanie a používanie jednoduchých stratégií na riešenie problému. Žiaci vedia vyjadrovať a používať znázornenia na základe rôznych zdrojov informácií a z nich priamo zdôvodňovať. Zvyčajne preukazujú určitú schopnosť pochopenia percentám, zlomkom a desatinným číslam a pracujú s proporčnými vzťahmi. Ich riešenia odrážajú zapojenie ich základnej interpretácie a zdôvodnenia.
Úroveň 4	Žiaci na úrovni 4 vedia efektívne narábať s explicitnými modelmi pri zložitejších konkrétnych situáciách, ktoré môžu zahŕňať obmedzenia alebo požadujú vytvorenie predpokladov. Dokážu vyberať a integrovať rôzne znázornenia, vrátane symbolických a spájajú ich priamo s prvkami reálnych situácií. Žiaci na tejto úrovni dokážu využívať svoj limitovaný rozsah schopností a dokážu zdôvodňovať s určitým pochopením v jednoduchých súvislostiach. Vedia vytvoriť a vyjadriť vysvetlenia a argumenty na základe ich vlastnej interpretácie, argumentov a činov.

²⁴ PISA 2012 – Výsledky PISA 2012. Správa. Bratislava : NÚCEM, 2012, 9 s.

Úroveň	Opis úrovne
Úroveň 5	Na úrovni 5 sú žiaci schopní pracovať s modelmi zložitejších situácií, identifikovať obmedzenia a špecifikovať predpoklady. Dokážu vyberať, porovnávať a hodnotiť vhodné stratégie na riešenie zložitejších problémov spojených s týmito modelmi. Žiaci na tejto úrovni vedia strategicky pracovať, využívajú širšie, dobre rozvinuté rozumové a zdôvodňovacie schopnosti, vhodne prepájajú tvrdenia, symbolické a formálne opisy a prenikajú do podstaty týchto situácií. Začínajú uvažovať o vlastnej práci a vedia formulovať a vyjadrovať vlastné interpretácie a zdôvodnenia.
Úroveň 6	Žiaci na úrovni 6 dokážu konceptualizovať, zovšeobecňovať a využívať informácie na základe vlastného skúmania a modelovania zložitých problémových situácií. Sú schopní využívať svoje vedomosti v relatívne neštandardných súvislostiach. Vedia spájať rôzne zdroje informácií a znázornení a flexibilne ich navzájom vysvetľovať. Žiaci na tejto úrovni sú schopní pokročilého matematického myslenia a zdôvodňovania. Dokážu toto pochopenie a poznatky využívať, spolu so zvládaním symbolických a formálnych matematických operácií a vzťahov, na rozvíjanie nových prístupov a stratégií pri spracovaní nových situácií. Žiaci sú schopní uvažovať o svojich činoch a dokážu formulovať a presne vyjadrovať svoje činnosti a úvahy na základe vlastných zistení, interpretácií, argumentov s primeranosťou k pôvodnej situácii.

Relatívne ťažké úlohy sú reprezentované úrovňami **6 a 5**, kde sa očakáva, že žiak zvládne úlohy na úrovni 1 až 5 a pravdepodobne úspešne vyrieši aj úlohu na úrovni 6. *Stredne ťažké úlohy* sú reprezentované úrovňou **4 a 3**, kde od žiaka očakávame, že úspešne zvládne úlohy na úrovni 1 až 3 a pravdepodobne aj úlohu na úrovni 4, avšak zrejme nevyrieši úlohy na úrovni 5 a 6. *Relatívne ľahké úlohy* sú pokryté úrovňou **2 a 1**, kde sa od žiaka očakáva, že nebude schopný vyriešiť ani jednu úlohu na úrovni 2 až 6 a pravdepodobne nezvládne ani úlohu na úrovni 1. Kompaktný celok úloh z matematickej gramotnosti dopĺňajú aj úlohy veľmi ľahké, ktoré sú na hranici úrovne **1 a nižšie**, táto úroveň je označovaná ako úroveň pod úrovňou 1. Nasledujúca tabuľka ponúka komplexný pohľad na rozdelenie žiakov do úrovni matematickej gramotnosti v SR a v krajinách OECD²⁵.

Tab. 3 Porovnanie SR a priemeru krajín OECD v príslušnom roku realizácie štúdie PISA z hľadiska percentuálneho podielu testovaných žiakov v jednotlivých úrovniach matematickej gramotnosti

Úroveň matematickej gramotnosti	Rok							
	2003		2006		2009		2012	
	OECD	SR	OECD	SR	OECD	SR	OECD	SR
úroveň 6 (viac ako 669 b.)	4,0	2,9	3,3	2,4	3,1	3,6	3,3	3,1
úroveň 5 (607 - 669 b.)	10,6	9,8	10,0	8,6	9,6	9,1	9,3	7,8
úroveň 4 (545 - 606 b.)	19,1	18,9	19,1	18,8	18,9	18,1	18,0	16,4
úroveň 3 (483 - 544 b.)	23,7	24,9	24,3	25,3	24,3	25,0	23,6	22,1
úroveň 2 (421 - 482 b.)	21,1	23,5	21,9	24,1	22,0	23,2	22,5	23,1
úroveň 1 (358 - 420 b.)	13,2	13,2	13,6	12,8	14,0	14,0	15,2	16,4
pod úrovňou 1 (menej ako 358 b.)	8,2	6,7	7,7	8,1	8,0	7,0	8,2	11,1

²⁵ PISA 2012 – Zverejnenie prvých výsledkov. Správa. Bratislava : NÚCEM, 2012.

Celkovo dosiahli naši žiaci z matematickej gramotnosti v roku 2003 priemerné skóre 498 bodov (priemer krajín OECD 500 bodov), v roku 2006 priemerné skóre 492 bodov (priemer krajín OECD 498 bodov), v roku 2009 priemerné skóre 497 bodov (priemer krajín OECD 496 bodov), v roku 2012 priemerné skóre 482 bodov (priemer krajín OECD 494 bodov). V roku 2003 bola matematická gramotnosť prvýkrát hlavnou sledovanou oblasťou a hodnota priemerného výkonu krajín OECD bola nastavená na 500 bodov so štandardnou odchýlkou 100 bodov. Odvtedy je možné sledovať jej vývoj. Ako je z prezentovaného zrejme, žiaci dosiahli v troch zo štyroch cyklov testovaní v matematickej gramotnosti horšie výsledky ako bol priemer krajín OECD. Pri porovnaní výkonu našich žiakov v PISA 2012 môžeme skonštatovať štatisticky významné zníženie dosiahnutého priemerného skóre oproti všetkým predchádzajúcim cyklom štúdie, v ktorých dosiahli naši žiaci navzájom porovnateľné výsledky. Vo všeobecnosti je nárast podielu žiakov, ktorí dosahujú najnižšiu úroveň matematickej gramotnosti sprevádzaný poklesom podielu žiakov dosahujúcich najvyššiu úroveň (a naopak). Na Slovensku však na rozdiel od väčšiny krajín nebol nárast podielu žiakov dosahujúcich najnižšiu úroveň sprevádzaný očakávaným poklesom podielu žiakov dosahujúcich najvyššiu úroveň. Kým podiel žiakov dosahujúcich najnižšiu úroveň sa u nás oproti roku 2003 zvýšil (po Novom Zélande a Švédsku najviac spomedzi krajín OECD), podiel žiakov dosahujúcich najvyššiu úroveň na Slovensku nepoklesol.

Z obsahového hľadiska je ďalej možné hovoriť o oblastiach, s ktorými mali naši žiaci problém. Najväčšie problémy sa ukázali pri čítaní grafických informácií. Tie pritom zohrávajú kľúčovú úlohu pri pochopení zložitejších problémov, informácií a súvislostí, ktoré sú súčasťou každodenného života. Grafy predstavujú nástroj na interpretovanie a vysvetľovanie informácií. Neporozumenie grafického spracovania informácií vedie k dezinterpretácii a mylným predstavám o prezentovanej skutočnosti. Ďalšiu problémovú oblasť predstavuje pravdepodobnosť a práca s percentami. Tieto dve oblasti sú v bežnom živote dôležité pri procese plánovania. Rozhodovanie sa stáva neefektívnym, ak nevieme správne určiť pravdepodobnosť rôznych možností riešenia danej situácie. Ak nevieme porovnať pravdepodobnosť rôznych javov a udalostí, nemôžeme sa primerane pripraviť na budúcnosť. Pravdepodobnosť sa objavuje v každodenných situáciách, v rámci ktorých je dôležité správne odhadnúť pravdepodobnosť možných javov. Ako problémová sa ukázala aj oblasť výpočtu aritmetického priemeru. Aritmetický priemer podáva informácie o celku, čo je dôležitou informáciou pri práci s väčším súborom dát. Ak žiak nerozumie tomu, čo tento ukazovateľ poskytuje, nemôže si vytvoriť pravdivý obraz o súbore sledovaných dát. Problematickou sa javí aj oblasť kombinatoriky. Je dôležité vedieť si vypísať všetky možnosti a vedieť rozhodnúť, čo je najlepšie, najlacnejšie, najefektívnejšie v danom momente a danej životnej situácii. Poslednú z problémových oblastí môžeme charakterizovať komplexnejšie a to z pohľadu schopností žiakov argumentovať, tvoriť, používať kritické myslenie na vyriešenie danej úlohy. Ide o schopnosť rozlíšiť dostupné informácie na podstatné a nepodstatné, vidieť medzi nimi súvislosti, vyhodnotiť ich celkový vplyv a pod. Ak žiak nedokáže rozlíšiť podstatné veci od nepodstatných, nevie potom vyhodnocovať alternatívy podľa viacerých kritérií. Pri nevnímaní súvislosti medzi podstatným a nepodstatným sa dopracuje k riešeniu, ktoré je neefektívne pri zohľadnení všetkých podmienok. Schopnosť kriticky myslieť je zameraná na posúdenie rôznych informácií, ktoré ovplyvňujú ďalšie kroky o stave a smerovaní spoločnosti. V súvislosti s kritickým myslením ide o schopnosť žiaka posúdiť relevantnosť rôznych prezentovaných prieskumov, ktoré odzrkadľujú stav konkrétnej situácie. Na základe toho, ako dokáže tieto informácie spracovať, si vie urobiť aj reálny pohľad na prezentované informácie.

Všetky uvedené oblasti, ktoré sa ukázali ako problémové, predstavujú obsah matematického vzdelávania v podmienkach Slovenskej republiky exaktne ukotvený v pedagogických dokumentoch. Dlhodobou snahou ostáva, aby tieto obsahy neboli učené izolovane a bez pochopenia ďalších súvislostí, ktoré zefektívnia využiteľnosť nadobudnutých poznatkov v bežnom živote²⁶.

²⁶ ŠIŠKOVIČ, M. - TOMAN, J.: *PISA 2012 – Výsledky Slovenska v kocke*. Bratislava : MŠVVaŠ SR, 2012, 16 s.

2.2. Národné merania matematickej gramotnosti v podmienkach SR

Testovanie matematickej gramotnosti na národnej úrovni bolo realizované v dvoch líniách. **Prvá línia** testovania matematickej gramotnosti bola zameraná na žiakov 9. ročníka základnej školy a bola realizovaná od roku 2008 do roku 2011 v príslušných školských rokoch. V rámci daného rozpätia sa uskutočnili tri testovania, ktoré v nasledujúcej časti bližšie opíšeme.

Cieľom realizovaných testovaní bolo v súlade s požiadavkami Ministerstva školstva SR uplatňovať rôznorodé evalvačné nástroje a ich zavedenie do praxe s cieľom hodnotiť kľúčové aspekty vzdelávania. Testy a celé meranie matematickej gramotnosti neboli určené na meranie splnenia požiadaviek učebných osnov a vzdelávacích štandardov, ale na zistenie toho, ako sa podarilo u žiakov dosiahnuť tie kľúčové kompetencie danej vekovej skupiny žiakov, ktoré sú nevyhnutné na učenie sa a na riešenie každodenných problémov, s ktorými sa v živote stretávajú. Nemenej významným cieľom testovania bolo pokračovať v tvorbe takých testovacích nástrojov, ktorými je možné čo najobjektívnejšie merať a hodnotiť dosahovanú úroveň žiakov 9. ročníka základnej školy v oblasti osvojených kľúčových kompetencií a poskytnúť školám spätnú väzbu v tejto oblasti.

V priebehu rokov 2008 - 2011 sa administrovali spolu štyri testy – po jednom teste v školských rokoch 2008/2009 a 2009/2010, v školskom roku 2010/2011 boli administrované dve formy testu, A a B. Testová forma A bola zostavená z 10-ich novovytvorených testových položiek a 10-ich položiek použitých v teste v školskom roku 2008/2009. Testová forma B bola zostavená z 10-ich novovytvorených testových položiek a 10-ich položiek použitých v teste v školskom roku 2009/2010. Novovytvorené úlohy do testu boli pre formu A a formu B totožné. Úlohy v týchto testoch boli rovnako ako v štúdii OECD PISA zaradované v rámci kompetencií do troch úrovní. Reprodukčná úroveň je zameraná na reprodukciu naučeného materiálu, vykonávanie rutinných výpočtov a procedúr. Úroveň prepojenia je zameraná na integráciu, prepojenie a nenáročné rozšírenie známeho materiálu, modelovanie, spojenie viacerých známych metód. Úroveň reflexie je upriamená na rozvinuté uvažovanie o procesoch potrebných na riešenie, abstrakciu, argumentáciu, spojenie viacerých zložitejších metód, vhľad do problému, zovšeobecnenie, plánovanie stratégie riešenia nezvyčajných úloh²⁷.

Tab. 4 Základná charakteristika testov z matematickej gramotnosti

Školský rok	2008/2009	2009/2010	2010/2011	
Označenie testu	MG9*	MG9*	MG9/A*	MG9/B*
Celkový počet úloh	15	19	20	20
Uzavreté úlohy	5	4	4	4
Otvorené úlohy	10	15	16	16
Úroveň kompetencií (počet úloh)				
Úroveň reprodukčná	4	6	5	5
Úroveň prepojenia	7	10	10	10
Úroveň reflexie	4	3	5	5

*MG9 – test z matematickej gramotnosti pre 9. ročník základnej školy

Do testovania v školskom roku 2008/2009 sa zapojilo 3 119 žiakov 9. ročníka základnej školy, v školskom roku 2009/2010 to bolo 3 394 a v školskom roku 2010/2011 to bolo pre formu A 1 928 žiakov a pre formu B 1 826 žiakov 9. ročníka základnej školy.

²⁷ HRBÁČEK, M. – JUŠČÁKOVÁ, Z. – KOŠINÁROVÁ, T. – LAŠŠOVÁ, E. – POKRÝVKOVÁ, K. – RINGLEROVÁ, V.: *Matematická a čitateľská gramotnosť žiakov 9. ročníka základných škôl v školskom roku 2008/2009*. Bratislava : NÚCEM, 2009, 48 s. ISBN 978-80-970261-0-3

Úspešnosť žiakov v matematickej gramotnosti podľa krajov za jednotlivé realizované testovania prezentuje nasledujúca tabuľka.

Tab. 5 Úspešnosť jednotlivých krajov Slovenska v testovaniach matematickej gramotnosti

Kraj	Matematická gramotnosť – úspešnosť v %			
	2008/2009	2009/2010	2010/2011	
	MG9*	MG9*	MG9/A*	MG9/B*
Bratislavský	58	56	49	51
Trenčiansky	51	50	45	45
Trnavský	52	55	55	52
Nitriansky	48	49	47	43
Žilinský	59	47	49	48
Banskobystrický	54	50	46	43
Prešovský	62	53	47	42
Košický	57	52	47	45

*MG9 – test z matematickej gramotnosti pre 9. ročník základnej školy

Úspešnosť sledovanej populácie reprezentatívneho výberu žiakov v školskom roku 2008/2009 poukazuje na fakt, že test bol pre populáciu žiakov, ktorá ho písala, primerane náročný až ľahší. Test vyseletoval skupinu 211 najúspešnejších žiakov, ktorí dosiahli percentil 90 a viac. Test lepšie rozlišoval slabších žiakov. Polovica žiakov dosiahla úspešnosť 61 % a viac a polovica žiakov dosiahla úspešnosť nižšiu ako 61 %. Polovica žiakov s lepším výsledkom bola rozdelená do 12 skupín, kým polovica žiakov so slabším výsledkom bola rozdelená do 17 skupín. Pri riešení otázok v reprodukčnej úrovni dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 80 %. Pri riešení otázok na úrovni prepojenia dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 52 %. Pri riešení otázok na najvyššej úrovni, t.j. na úrovni reflexie, dosiahli títo žiaci priemernú úspešnosť 47 %. Z uvedeného možno usudzovať, že naši žiaci majú dobre zvládnuté základné učivo, ale majú problém s jeho aplikáciou²⁸.

Úspešnosť v školskom roku 2009/2010 poukazuje na skutočnosť, že test bol pre testovaných žiakov stredne obťažný. Úspešnosť v teste matematickej gramotnosti 50 % a menej dosiahlo 52 % testovaných žiakov a úspešnosť viac ako 50 % dosiahlo 48 % testovaných žiakov. Úspešnosť 10 % a menej dosiahlo 1 % žiakov a úspešnosť 90 % a viac dosiahlo 5 % žiakov. Pri riešení otázok v reprodukčnej úrovni dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 71,2 %. Pri riešení otázok na úrovni prepojenia dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 53,3 %. Pri riešení otázok na najvyššej úrovni, t. j. na úrovni reflexie, dosiahli títo žiaci priemernú úspešnosť 29,5 %. Z uvedeného je zrejmé, že najvyšší pokles úspešnosti v porovnaní s predchádzajúcim školským rokom 2008/2009 je v oblasti reflexie, ktorá predstavuje najvyššiu úroveň, čo môže znamenať, že u testovaných žiakov v určitej miere absentuje rozvinuté uvažovanie o procesoch potrebných na riešenie, abstrakcia, argumentácia, spojenie viacerých zložitejších metód, vhlad do problému, zovšeobecnenie, plánovanie stratégie riešenia nezvyčajných úloh²⁹.

Úspešnosť v školskom roku 2010/2011 pri forme A poukazuje na to, že test bol pre testovaných žiakov stredne obťažný. Úspešnosť v teste matematickej gramotnosti 50 % a menej dosiahlo 54,7 % testovaných žiakov. Úspešnosť viac ako 50 % v teste matematickej gramotnosti dosiahlo 45,3 % testovaných žiakov.

²⁸ HRBÁČEK, M. – JUŠČÁKOVÁ, Z. – KOŠINÁROVÁ, T. – LAŠŠOVÁ, E. – POKRÝVKOVÁ, K. – RINGLEROVÁ, V.: *Matematická a čitateľská gramotnosť žiakov 9. ročníka základných škôl v školskom roku 2008/2009*. Bratislava : NÚCEM, 2009, 48 s. ISBN 978-80-970261-0-3

²⁹ JUŠČÁKOVÁ, Z. – KURAJOVÁ-STOPKOVÁ, J. – KOŠINÁROVÁ, T. – LAŠŠOVÁ, E. – POLGÁRYOVÁ, E. – RINGLEROVÁ, V.: *Testovanie matematickej a čitateľskej gramotnosti v školskom roku 2009/2010*. Bratislava : NÚCEM, 2010, 39 s. ISBN 978-80-970261-3-4

žiacov. 50-ty a vyšší percentil dosiahli žiaci, ktorých úspešnosť bola 48,7 % a vyššia. Pri riešení otázok na reprodukčnej úrovni dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 75,1 %. Pri riešení otázok na úrovni prepojenia dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 45,8 %. Pri riešení otázok na najvyššej úrovni, t. j. na úrovni reflexie, dosiahli títo žiaci priemernú úspešnosť 33,7 %. Pokles úspešnosti v porovnaní s predchádzajúcim školským rokom 2009/2010 vo forme A je v oblasti prepojenia. Môže to znamenať, že u testovaných žiakov v určitej miere absentuje integrácia, prepojenie a nenárodné rozšírenie známeho materiálu, modelovanie, spojenie viacerých známych metód, riešenie nie úplne rutinných úloh s pomerne známymi prvkami³⁰.

Úspešnosť v školskom roku 2010/2011 pri forme B poukazuje na to, že test bol pre testovaných žiakov stredne obťažný. Úspešnosť v teste matematickej gramotnosti 50 % a menej dosiahlo 58,3 % testovaných žiakov. Úspešnosť viac ako 50 % v teste matematickej gramotnosti dosiahlo 41,7 % testovaných žiakov. Najčastejšie sa vyskytujúcou hodnotou úspešnosti u testovaných žiakov bola úspešnosť 38,5 %. Pri riešení otázok v reprodukčnej úrovni dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 64,5 %. Pri riešení otázok na úrovni prepojenia dosiahli žiaci reprezentatívneho výberu priemernú úspešnosť 47,2 %. Pri riešení otázok na najvyššej úrovni, t. j. na úrovni reflexie, dosiahli títo žiaci priemernú úspešnosť 32,8 %. Pokles úspešnosti v porovnaní s predchádzajúcim obdobím vo forme B je v oblasti reprodukcie. Znamená to, že u testovaných žiakov v určitej miere absentuje reprodukcia naučeného materiálu, vykonávanie rutinných výpočtov a procedúr a riešenie rutinných problémov³¹.

Z výsledkov je zrejmé, že v rámci jednotlivých kognitívnych úrovní dochádza u testovaných žiakov ku kolísavému dosahovaniu výsledkov v týchto úrovniach. Ako najnáročnejšia sa ukazuje úroveň reflexie, kde na vyriešenie daného problému nie sú postačujúce poznatky zo základného učiva, ale abstrakcia a argumentácia o naučenom, je základným predpokladom úspešného zvládnutia tejto úrovne.

Druhá línia testovania matematickej gramotnosti bola zameraná na žiakov nižšieho a vyššieho sekundárneho vzdelávania a bola realizovaná v rokoch 2013 až 2015 v príslušných školských rokoch ako jedna z aktivít národného projektu *Zvyšovanie kvality vzdelávania na základných a stredných školách s využitím elektronického testovania*. V rámci daného rozpätia sa realizovalo osem testovaní, ktoré v nasledujúcej časti bližšie opíšeme.

Cieľom realizovaných testovaní bolo rozšíriť možnosť testovania v danej oblasti aj na iné ročníky ako 9. ročníky ZŠ. Testy z matematickej gramotnosti boli koncipované s cieľom vytvoriť evalvačné nástroje a zaviesť ich do praxe s akcentom na komplexné hodnotenie vedomostí a zručností na jednotlivých úrovniach vzdelávania. Testy a celé meranie matematickej gramotnosti bolo realizované s využitím elektronického prostredia.

Pri zostavovaní testov z matematickej gramotnosti bola pozornosť zameraná na obsah, kde bolo snahou v súlade s kritériami tvorby testov, pokryť všetky vzdelávacie oblasti a zabezpečiť z hľadiska vyšších a nižších myšlienkových operácií ich vyváženosť. Snahou bolo testovať matematický obsah na úrovni jeho využitia v bežných životných situáciách. Pri klasifikácii myšlienkových operácií sa vychádzalo z revidovanej Bloomovej taxonómie, ktorá je tvorená v dvoch dimenziách (bližšie pozri Metodika tvorby testov a testových úloh). Nasledujúca časť ponúka výsledky zrealizovaných testovaní.

³⁰ KURAJOVÁ-STOPKOVÁ, J.: *Správa zo štatistického spracovania testu forma A matematickej gramotnosti v roku 2011*. Bratislava : NÚCEM, 2011, 72 s.

³¹ KURAJOVÁ-STOPKOVÁ, J.: *Správa zo štatistického spracovania testu forma B matematickej gramotnosti v roku 2011*. Bratislava : NÚCEM, 2011, 73 s.

Tab. 6 Základná charakteristika testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2013/2014

Školský rok	2013/2014					
	ISCED2			ISCED3		
Označenie testu	MG5*	MG8*	MG9*	MG1*	MG2*	MG4*
Celkový počet úloh	35	30	35	35	30	30
Uzavreté úlohy	17	10	18	21	15	16
Otvorené úlohy	18	20	17	14	15	14
Tematické okruhy (počet úloh)						
Čísla, premenné a početové výkony s číslami	15	7	9	9	3	11
Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy	4	5	9	7	7	6
Geometria a meranie	10	9	6	9	6	6
Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika	4	6	7	7	7	4
Logika, dôvodenie, dôkazy	2	3	4	3	7	3

*MG5, MG8, MG9, MG1, MG2, MG4 - test z matematickej gramotnosti pre konkrétny ročník základnej alebo strednej školy

Tabuľka špecifikuje základné charakteristiky použitých testov v rámci jednotlivých ročníkov základnej a strednej školy. Vo všetkých testoch bolo pokrytých všetkých päť tematických okruhov s rôznorodým zastúpením v rámci konkrétneho testu. Testy boli pripravené ako normatívne testy s očakávanou priemernou úspešnosťou 50 – 60 %.

Tab. 7 Štatistická analýza testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2013/2014

Školský rok	2013/2014					
	ISCED2			ISCED3		
Označenie testu	MG5*	MG8*	MG9*	MG1*	MG2*	MG4*
Počet žiakov	617	3 900	547	617	288	464
Reliabilita testu	0,871	0,870	0,840	0,749	0,768	0,779
Priemerná úspešnosť	64,25 %	41,9 %	57,0 %	56,46 %	41,2 %	48,36 %

*MG5, MG8, MG9, MG1, MG2, MG4 - test z matematickej gramotnosti pre konkrétny ročník základnej alebo strednej školy

Tabuľka uvádza počet žiakov, ktorí test vypracovali. Hodnota reliability dosiahla rôznu úroveň v rámci jednotlivých testov. Pri teste MG5 možno vzhľadom na počet položiek testu konštatovať, že hodnota je primeraná, t. j. test možno označiť za vyhovujúce meradlo matematickej gramotnosti skupiny testovaných žiakov. V testoch MG8 a MG9 bola hodnota reliability na úrovni, ktorá zodpovedá dobrým kvalitám testu z pohľadu presnosti a spoľahlivosti vytvoreného evaluačného nástroja. V teste MG1 sa pri počte položiek 35 javí táto hodnota pomerne nižšia a vzhľadom na cieľ testovania by mala dosahovať podstatne vyššie hodnoty. V teste MG2 mal koeficient Cronbachovej alfy hodnotu 0,77, čo poukazuje na nižšiu reliabilitu testu, teda presnosť a spoľahlivosť výskumného nástroja. Táto realibilita však mohla byť ovplyvnená aj nízkym počtom testovaných žiakov. V prípade testu MG4 mohla byť realibilita testu tiež ovplyvnená nižším počtom testovaných žiakov. Najvyššia priemerná úspešnosť žiakov bola dosiahnutá pri teste MG5 a najnižšia priemerná úspešnosť žiakov bola pri teste MG2, čím možno predikovať, že test z MG2 bol pomerne náročný.

Úspešnosť v školskom roku 2013/2014 v teste MG5 odzrkadľuje, že test celkovo meral dostatočne presne najmä žiakov, ktorých úroveň schopnosti bola podpriemerná. V teste bolo málo položiek pre lepších žiakov. Znamená to, že v budúcnosti je potrebné zabezpečiť vyváženosť úloh v rámci jednotlivých úrovní náročnosti. Najvýraznejšie rozdiely v úrovni schopnosti sú medzi jednotkármi a trojkármi. Priemerná úroveň schopnosti chlapcov a dievčat so známku 2 sa výrazne nelíšila. Na základe korelačnej analýzy možno konštatovať, že jednotlivé tematické okruhy spolu korelovali. Všetky korelačné

koeficienty sú signifikantné pri $p < 0.01$. V rámci tematických okruhov je najsilnejší vzťah medzi subtestom Geometria a Čísla, premenné a početové výkony s číslami. Najsilnejší vzťah k ostatným subtestom a aj k celkovému skóre, resp. odhadu schopnosti podľa IRT má subtest Logika, dôvodenie a dôkazy. Hodnoty korelačných koeficientov môžu byť ovplyvnené aj počtom položiek v jednotlivých subtestoch, ale celkovo sú ich hodnoty dostatočne vysoké³².

Úspešnosť v školskom roku 2013/2014 v teste MG8 odzrkadľuje, že obťažnosť položiek bola primeraná úrovni testovaných žiakov. Test meral najpresnejšie priemerných žiakov, o ktorých priniesol najviac informácií. Odhad schopností najlepších, a obzvlášť najslabších žiakov, je už zaťažený veľmi výraznou chybou merania³³. Pri koncipovaní testu je potrebné zabezpečiť vyvážené zastúpenie jednotlivých položiek, čo niekedy predstavuje veľmi náročný proces z hľadiska zabezpečenia tejto rovnováhy, ktorú možno ideálne dosiahnuť až po niekoľkonásobnom testovaní samotných položiek. Všetkých päť oblastí testu veľmi silno korelovalo s priemernou úspešnosťou v celom teste. Najsilnejšie s celkovou úspešnosťou koreloval V. okruh Logika, dôvodenie, dôkazy, mieru korelácie tohto okruhu však stále možno označiť za veľkú. Hodnotu korelačných koeficientov môže ovplyvňovať nerovnomerný počet položiek v jednotlivých okruhoch³⁴.

V školskom roku 2013/2014 bol realizovaný aj test MG9, ktorý meral najpresnejšie priemerných žiakov. Test obsahoval aj problematické položky, ktorých spoločným menovateľom bola zlá rozlišovacia schopnosť, kde práve najlepší žiaci majú výrazne nižšiu pravdepodobnosť odpovedať správne. V rámci tematických okruhov je najsilnejší vzťah medzi subtestom Geometria a Postupnosti, vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy. Najsilnejší vzťah k ostatným subtestom a aj k celkovému skóre, resp. odhadu schopnosti podľa IRT má subtest Logika, dôvodenie a dôkazy. Hodnoty korelačných koeficientov môžu byť ovplyvnené aj počtom položiek v jednotlivých subtestoch, ale celkovo sú ich hodnoty dostatočne vysoké³⁵.

Úspešnosť v školskom roku 2013/2014 v teste MG1 odzrkadľuje nastavenie testu na primeranú úroveň schopností žiakov. Napriek tomu, že test obsahoval položky z takmer všetkých úrovní obťažnosti, do budúcnosti by bolo potrebné zvážiť, či by nebolo vhodnejšie nahradiť mimoriadne ľahké a ťažké položky inými. Priemerná schopnosť bola u chlapcov vyššia ako u dievčat. Z korelačnej analýzy je zrejmé, že jednotlivé tematické okruhy spolu korelujú. Všetky korelačné koeficienty sú signifikantné. V rámci tematických okruhov je najsilnejší vzťah medzi subtestom Geometria a Čísla, premenné a početové výkony s číslami. Najsilnejší vzťah k ostatným subtestom a aj k celkovému skóre, resp. odhadu schopnosti podľa IRT má subtest Logika, dôvodenie a dôkazy. Hodnoty korelačných koeficientov môžu byť ovplyvnené aj počtom položiek v jednotlivých subtestoch³⁶.

Test MG2 realizovaný v školskom roku 2013/2014 priniesol najviac informácií o žiakoch s priemernou až mierne nadpriemernou úrovňou schopností. V teste sa vyskytlo viacero položiek, ktoré mali veľmi slabú rozlišovaciu schopnosť: nedostatočne rozlišovali medzi lepšími a slabšími žiakmi³⁷. Žiaci dosiahli najvyššiu priemernú úspešnosť v tematickom okruhu Logika, dôvodenie, dôkazy (52,2 %). Naopak najnižšiu priemernú úspešnosť dosiahli v okruhu Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika (33,6 %). Pri výsledkoch je však potrebné zohľadniť rôzny počet položiek patriacich do jednotlivých okruhov³⁸.

³² HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG5*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2014, 40 s.

³³ KUDÁČEKOVÁ, M.: *Správa zo štatistického spracovania testu Matematická gramotnosť pre 8. ročník*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 22 s.

³⁴ BAGLJAŠ, I.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG8A*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2014, 31 s.

³⁵ HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG9*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2014, 40 s.

³⁶ HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG1*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2014, 41 s.

³⁷ JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 2. ročník SŠ – máj 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 18 s.

³⁸ JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 2. ročník SŠ – máj 2014*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2014, 33 s.

Úspešnosť v školskom roku 2013/2014 v teste MG4 odzrkadľuje, že test meral najpresnejšie priemer-
ných žiakov. Test dokázal lepšie (nižšia chyba merania) odmerať nadpriemerných ako podpriemerných
žiakov (chyba merania s narastajúcou úrovňou schopnosti stúpa pomalšie). Celkovo by mala byť chyba
merania pri danom počte položiek mierne nižšia. Je to spôsobené pravdepodobne tým, že mimoriadne
ťažké položky, ktoré boli v teste, dokázali len veľmi slabo rozlišovať medzi žiakmi (čím silnejšie rozlišujú-
ce položky, tým väčšia presnosť merania). Porovnanie priemernej úrovne schopnosti chlapcov a diev-
čat nebolo realizované z dôvodu nižšieho počtu žiakov v jednotlivých skupinách. V rámci tematických
okruhov je najsilnejší vzťah medzi subtestom Geometria a Čísla, premenné a počtové výkony s číslami.
Najslabší vzťah k ostatným subtestom a aj k celkovému skóre, resp. odhadu schopnosti podľa IRT má
subtest Logika, dôvodenie a dôkazy³⁹.

Tab. 8 Základná charakteristika testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2014/2015

Školský rok	2014/2015	
	ISCED2	ISCED 3
Označenie testu	MG5*	MG1*
Celkový počet úloh	30	30
Uzavreté úlohy	10	9
Otvorené úlohy	20	21
Tematické okruhy (počet úloh)		
Čísla, premenné a počtové výkony s číslami	13	8
Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy	4	6
Geometria a meranie	8	7
Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika	3	5
Logika, dôvodenie, dôkazy	2	4

*MG5, MG1 - test z matematickej gramotnosti pre konkrétny ročník základnej alebo strednej školy

Tab. 9 Štatistická analýza testov z matematickej gramotnosti v školskom roku 2014/2015

Školský rok	2014/2015	
	ISCED2	ISCED3
Označenie testu	MG5*	MG1*
Počet žiakov	353	172
Reliabilita testu	0,828	0,843
Priemerná úspešnosť	31,7	39,67

*MG5, MG1 - test z matematickej gramotnosti pre konkrétny ročník základnej alebo strednej školy

Najviac informácií prinášal test MG5 v školskom roku 2014/2015 o mierne nadpriemerných žiakoch.
Test obsahoval 30 položiek. Celkovo bolo v teste 9 veľmi obťažných položiek, 11 obťažných položiek,
7 stredne obťažných, 3 ľahké a žiadna veľmi ľahká položka. V teste tak bolo najviac obťažných (36,7 %) a
veľmi obťažných položiek (30 %). Test bol celkovo pre testovanú vzorku žiakov ťažší aj napriek tomu,
že žiakom 5. ročníka na úrovni vzdelávania ISCED 2 sa administrovali položky zaradené do úrovne
vzdelávania ISCED 1. V rámci testu 4 položky vykazovali nízku hodnotu citlivosti, t. j. nízku rozlišova-
ciu schopnosť. Znamená to, že rozdiel medzi priemernou úspešnosťou najlepšej a najslabšej skupiny
žiakov je nižší ako 30 %, položky tak slabo rozlišujú medzi týmito dvomi skupinami žiakov⁴⁰. Najvyššiu
priemernú úspešnosť dosiahli žiaci v tematickom okruhu Logika (48,4 %), najnižšiu v okruhu Kombina-

³⁹ HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG4*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2014, 37 s.

⁴⁰ KUDÁČSEKOVÁ, M.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 5. ročník zo súboru tes-
tovaní Testy november 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 20 s.

torika, pravdepodobnosť, štatistika (22,6 %). Treba však prihliadať na to, že niektoré tematické okruhy sú v teste zastúpené nízkym počtom položiek, preto hodnota priemernej úspešnosti takýchto okruhov môže byť skreslená⁴¹.

Test MG1 v školskom roku 2014/2015 priniesol informácie o žiakoch s nadpriemernou úrovňou schopností. Test obsahoval 30 položiek. Celkovo bolo v teste 8 veľmi obťažných položiek, 8 obťažných, 7 stredne obťažných, 4 ľahké a 3 veľmi ľahké položky. V teste tak bolo najviac veľmi obťažných a obťažných položiek. 4 položky boli až extrémne obťažné, t. j. tieto položky vedelo správne vyriešiť iba menej ako 10 % žiakov. 6 položiek testu (20 % zo všetkých položiek) malo nízku hodnotu citlivosti, t. j. nízku rozlišovaciu schopnosť. Znamená to, že rozdiel medzi priemernou úspešnosťou najlepšej a najslabšej skupiny žiakov je nižší ako 30 %, položky tak slabo rozlišujú medzi týmito dvomi skupinami žiakov⁴². Najvyššiu priemernú úspešnosť dosiahli žiaci v tematickom okruhu Logika, dôvodenie, dôkazy (52,6 %), najnižšiu v okruhu Geometria a meranie (17,8 %). Treba však prihliadať na to, že niektoré tematické okruhy sú v teste zastúpené nízkym počtom položiek, preto hodnota priemernej úspešnosti takýchto okruhov môže byť skreslená⁴³.

Z výsledkov je zrejmé, že v rámci tematických okruhov sa ako problémové z hľadiska riešiteľnosti žiakmi javia okruhy Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika a Geometria a meranie. Úlohy takto obsahovo zamerané patria do kategórie kognitívnych úrovní, ktoré reprezentujú aplikovanie, analyzovanie a hodnotenie. Žiaci nemajú problém s vyriešením štandardne formulovaných úloh, ktoré vyžadujú mechanické využitie naučeného. Problém predstavuje uchopenie predostretého problému komplexne a to prostredníctvom zdôvodnenia a využitia nadobudnutých poznatkov pri úlohách, ktoré sú koncipované a vsadené do podmienok bežného života.

Pri riešení a analýze pilotovaných úloh sa ukazuje, že pre žiakov je náročnejšie vyriešiť úlohu z matematickej gramotnosti, ktorá je koncipovaná v súlade s požiadavkami bežného života, ako úlohu z matematiky, ktorá prezentuje ten istý obsah. Taktiež sa ukazuje, že úspešnejší pri riešení úloh z matematickej gramotnosti sú chlapci ako dievčatá, čo potvrdzujú aj rôzne štúdie venujúce sa tomuto fenoménu.

V rámci projektu *Zvyšovanie kvality vzdelávania na základných a stredných školách s využitím elektronického testovania* bolo v rámci vzdelávacej oblasti Matematika a práca s informáciami vytvorených niekoľko testovacích nástrojov. Veríme, že prispeli k rozšíreniu poznatkovej bázy v danej oblasti a to nielen z pohľadu tvorcov týchto evalvačných nástrojov, ale predovšetkým z pohľadu pedagogickej praxe.

⁴¹ KOVÁČ, A.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 5. ročník zo súboru testovaní* Testy november 2014. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2015, 29 s.

⁴² KUDÁČEKOVÁ, M.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 1. ročník zo súboru testovaní* Testy november 2014. Bratislava : NÚCEM, 2015, 19 s.

⁴³ JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 1. ročník SŠ*. Analýza prostredníctvom IRT. Bratislava : NÚCEM, 2015, 29 s.

3. CHARAKTERISTIKA ÚLOH ZAMERANÝCH NA TESTOVANIE MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

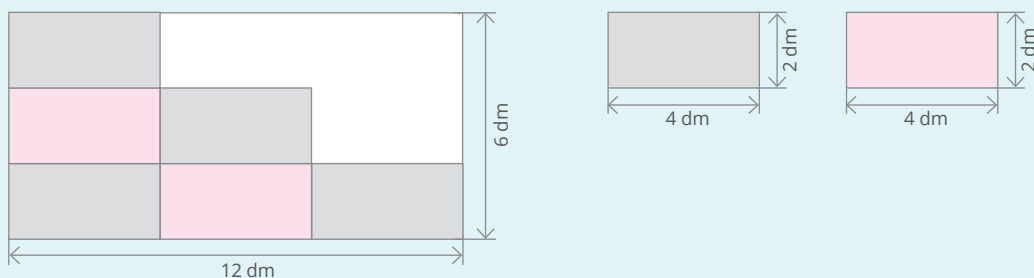
V nasledujúcej kapitole sa zaoberáme požiadavkami, ktoré sú kladené na úlohy z matematickej gramotnosti a rôznymi ich špecifikami. Každú požiadavku, kritérium, ktoré musí úloha z matematickej gramotnosti spĺňať, podrobnejšie rozvážame a čitateľovi poskytujeme ukážky konkrétnych úloh a postrehy, ktoré názorne dokresľujú uvedené myšlienky. Pri úlohe, ktorá prešla pilotným testovaním uvádzame v žltom rámečku aj charakteristiky úlohy vzhľadom na štatistické vyhodnotenie výsledkov testovania.

V oblasti tvorby úloh z matematickej gramotnosti je možné (často aj využívané) **tvoriť viacero úloh k jednému spoločnému obsahu** (pozn.: v niektorej odbornej literatúre býva označovaný aj ako východiskový text⁴⁴). Pod spoločným obsahom sa rozumie súvislý, nesúvislý (grafy, tabuľky a pod.) alebo kombinovaný text, v ktorom sú žiaci uvedení do reálnej situácie a ktorý predstavuje kontext úlohy. Spoločný obsah by nemal len navodzovať atmosféru, mal by byť aj nositeľom informácií. Každá z úloh, ktorá sa naň viaže, by mala vyžadovať využitie aspoň jedného z údajov v ňom uvedených.⁴⁵ Čo sa týka rozsahu, tento je na zvážení učiteľa resp. autora úlohy, avšak spolu s obsahovým zameraním úlohy ho treba prispôbiť stupňu vzdelávania, pre ktorý je určený.

Na stupni vzdelávania ISCED 1 je potrebné si uvedomiť, vzhľadom na vekovú kategóriu žiakov, že znenie úloh nemôže obsahovať príliš hutný text, ktorý by žiakom spôsoboval problémy už len pri jeho prečítaní. K problémom s prečítaním textu však dochádza aj v situácii, kedy pri riešení úloh žiak opätovne číta ich spoločný obsah a orientuje sa v ňom, čo je pre danú vekovú kategóriu náročné z hľadiska času. Úlohy so spoločným obsahom sú preto na stupni ISCED 1 vhodné len minimálne. S prihliadnutím na uvedené sa javí ako vhodnejšie oddeliť informácie, ktoré by boli súčasťou spoločného obsahu a zaradiť ich ako súčasť znenia jednotlivých úloh. Napriek tomu by malo znenie úlohy z matematickej gramotnosti aj na tomto stupni vzdelávania odzrkadľovať reálnu životnú situáciu. Ako ukážku uvádzame úlohu bez spoločného obsahu.

■ ISCED 1

Krajčírka Janka používa pri šití prikrývok techniku patchwork (čítaj pečvork). Zošiva menšie kúsky látok navzájom tak, že spolu vytvárajú rôzne vzory. Začala vytvárať túto prikrývku s rozmermi 12 dm a 6 dm. Postupuje tak, že vedľa seba ukladá vždy geometrické útvary rôznej farby.



Koľko ružových obdĺžnikov bude ešte na dokončenie prikrývky potrebovať?

Na dokončenie prikrývky bude potrebovať ešte ____ ružové obdĺžniky/ružových obdĺžnikov.

Správna odpoveď: 2

Úloha obsahovo patrí do tematického okruhu Geometria a meranie so zameraním na identifikovanie základných vlastností rovinných útvarov, v tomto prípade obdĺžnika. Pri pilotovaní úlohu správne vyriešilo 64,3 % žiakov, pričom sa ukázalo, že úloha mala dobrú rozlišovaciu schopnosť. Najlepšie rozlišovala mierne podpriemerných žiakov⁴⁶. Na základe štatistickej analýzy bola úloha zaradená do kategórie ľahká, čo sa zhoduje aj s prvotným predpokladom samotných tvorcov úlohy.

⁴⁴ SCHINDLER, R. et al.: *Rukovëň autora testovÿch úloh*. Praha: Tauris, 2006, 88 s. ISBN 80-239-7111-5

⁴⁵ SCHINDLER, R. et al.: *Rukovëň autora testovÿch úloh*. Praha: Tauris, 2006, 88 s. ISBN 80-239-7111-5

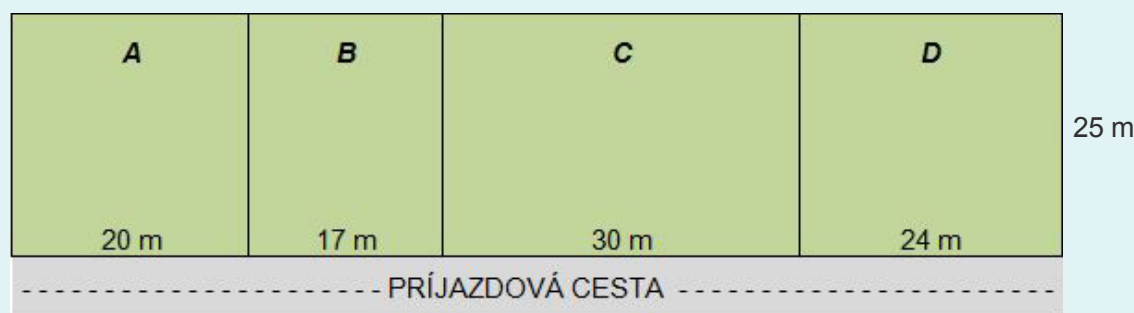
⁴⁶ KOVÁČ, A.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu – Matematickej gramotnosti pre 5. ročník ZŠ – Testy november 2014*. Bratislava: NÚCEM, 2015, 29 s.

Na stupni vzdelávania ISCED 2 možno tvoriť úlohy so spoločným obsahom reprezentovaným súvislým alebo nesúvislým textom. Ako ukážku uvádzame spoločný obsah s názvom Stavebné pozemky spolu s tromi úlohami, ktoré sa naň viažu. Spoločný obsah je tu reprezentovaný krátkym súvislým textom a obrázkom.

■ ISCED 2

Stavebné pozemky

Obec ponúka v novej obytnej štvrti na predaj 4 stavebné pozemky, všetky tvaru obdĺžnika. Na obrázku je znázornená príjazdová cesta, ponúkané pozemky *A*, *B*, *C*, *D* a ich rozmery.



Úloha 1

O koľko m² je výmera pozemku *C* väčšia ako výmera pozemku *B*?
Do vyznačeného poľa uveďte odpoveď číslom.

o _____ m²

Správna odpoveď: 325

Úloha 2

Z ponúkaných pozemkov si stavebník vybral pozemok *D*. Rozhodol sa, že na ňom postaví dom s výmerou 120 m² a garáž s pôdorysom v tvare obdĺžnika s rozmermi 350 cm a 560 cm. Koľko m² tvorí **nezastavaná** plocha tohto pozemku? Výsledok uveďte v tvare desatinného čísla. Do vyznačeného poľa uveďte odpoveď číslom.

_____ m²

Správna odpoveď: 460,4

Úloha 3

Obec sa snaží novú obytnú štvrť esteticky zladíť a preto vzhľad fasády domov konzultovala s architektom. Ten navrhol, aby fasáda novopostavených domov na týchto 4 pozemkoch mala len hnedú alebo žltú farbu.

Koľko existuje rôznych možností, ako namaľovať fasádu domov na týchto pozemkoch? Predpokladáme, že na 1 pozemku bude stáť len 1 dom a na fasáde každého domu bude použitá len 1 farba. Do vyznačeného poľa uveďte odpoveď číslom.

Odpoveď: _____

Správna odpoveď: 16

Na stupni vzdelávania ISCED 3 je možné, vzhľadom na predpoklad rozvinutejšej schopnosti čítania s porozumením a predpoklad kratšej doby potrebnej na prečítanie textu, použiť aj hutnejší rozsah spoločného obsahu. Môže to byť dlhší text obsahujúci zvyčajne viacero informácií prípadne kratší text

doplnený grafmi, tabuľkami resppektíve obrázkami (aj viacerými). Ako ukážku uvádzame spoločný obsah s dvoma úlohami s názvom Nový rebrík.

■ ISCED 3

Nový rebrík

Pán Šiko si kúpil 3 m dlhý oporný rebrík. V návode na použitie tohto rebríka bolo okrem iného uvedené:



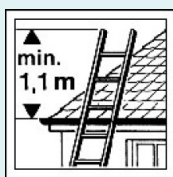
- Maximálne zaťaženie rebríka je 150 kg.
- Pred použitím rebríka je potrebné skontrolovať jeho celistvosť, úplnosť (popruhy, poistky), neporušenosť spojov a či nie sú viditeľné chyby rebríka, najmä trhliny, deformácie alebo poškodenie priečok, schodíkov, funkčnosť bezpečnostných prvkov.



- Z oporných rebríkov môžu byť vykonávané iba časovo telesne nenáročné práce v bežnom dosahu od rebríka.
- Pri výstupe, zostupe a práci na rebríku musí byť užívateľ otočený tvárou k rebríku a musí mať možnosť sa ho pridržať obidvoma rukami.



- Pri práci na rebríku, kedy je užívateľ chodidlami vo vyššej výške ako 5,0 m, je povinný použiť osobné ochranné zaistenie proti pádu.
- Po rebríku sa nesmie vynášať alebo znášať bremeno o hmotnosti vyššej ako 20 kg.
- Pri oporných rebríkov je potrebné dodržiavať doporučený uhol sklonu 68°-75°.



- Rebrík musí stáť na pevnej, nešmyklavej a rovnej ploche.
- Oporné rebríky je povolené opierať oboma koncami iba o pevný a rovný podklad.
- Pri použití rebríka na výstup musí horný koniec rebríka presahovať o min. 1,1 m nad úroveň výstupu.

Zdroj: http://www.multi-trade.sk/pdf/N_rebrikov_ZARGES.pdf [cit.1.3.2015]

Úloha 1

Vypočítajte, do ktorej maximálnej výšky rebríka (úrovne výstupu) môže pán Šiko vystúpiť s použitím svojho nového rebríka, ak dodrží všetky odporúčania uvedené v návode.

Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

Pán Šiko môže s použitím svojho nového rebríka vystúpiť maximálne do výšky _____ m.

Správna odpoveď: 1,81

Úloha 2

Rozhodnite, či sú v opísanej situácii porušené odporúčania uvedené v návode alebo nie.

	Porušené	Neporušené
Znášanie vedra plného jablák v ľavej ruke ženou s hmotnosťou 70 kg.		
Znášanie vaku plného jablák s hmotnosťou 10 kg na chrbte ženou s hmotnosťou 90 kg.		
Znášanie vreca s obilím s hmotnosťou 25 kg na chrbte mužom s hmotnosťou 80 kg.		
Skontrolovanie len neporušenosti spojov a úplnosti rebríka pred jeho použitím.		
Opretie rebríka o múr domu na pevnej, nešmyklavej a rovnej ploche.		

Správna odpoveď: Porušené, Neporušené, Porušené, Porušené, Neporušené

V ďalších ukázkach testových úloh z matematickej gramotnosti nebudeme vždy uvádzať všetky úlohy, ktoré sa viažu k daným spoločným obsahom. Preto sa môže zdať, že spoločný obsah obsahuje veľa nadbytočných informácií, tieto sú však potrebné k vyriešeniu ďalších úloh viažucich sa k tomuto obsahu. Vychádzajúc z poznatkov štúdií, ktoré sme opísali v predchádzajúcich kapitolách, ako aj z aktuálne platných štátnych dokumentov, v ktorých je formulovaná potreba orientácie učiva na praktické využitie, ale aj z kritérií, ktoré by mali spĺňať testové úlohy, možno hovoriť o niekoľkých **základných kritériách, ktoré by mali spĺňať úlohy zamerané na testovanie matematickej gramotnosti:**

- praktickosť, reálnosť matematizovanej situácie,
- nezávislosť úloh v rámci jedného spoločného obsahu,
- stanovenie cieľa testovej úlohy,
- jednoznačnosť znenia testovej úlohy,
- emočná neutrálnosť a rodová rovnosť.

V ďalšom texte sa každému z uvedených kritérií venujeme podrobnejšie.

3.1. Praktickosť, reálnosť matematizovanej situácie

Ako priamo vyplýva z definovania matematickej gramotnosti, za najzákladnejšie kritérium, ktoré majú spĺňať všetky úlohy zamerané na testovanie matematickej gramotnosti, možno považovať **praktickosť situácie**, ktorá je v nich matematizovaná. Hranica vnímania praktickosti úloh je však veľmi ťažko definovateľná. Skrýva v sebe, a zrejme vždy aj bude skrývať, určitý stupeň subjektívneho posúdenia, čo nie je chybou, pretože rozdiely vyplývajú z jedinečnosti osobnosti každého človeka, ktorý sa matematikou a matematickou gramotnosťou zaoberá. Na prvý pohľad sa však preto ako reálna a praktická môže zdať aj taká situácia, ktorá je v podstate len zasadením matematickej úlohy do prostredia vyučovania. Napríklad kontexty ako:

- *Žiaci si na hodine dávali navzájom príklady ... nasledujú matematické príklady... Kto z nich vyriešil príklad správne?*
- *Pani učiteľka/pán učiteľ dala žiakom za úlohu vypočítať takýto príklad: ... nasleduje matematický príklad ... Zistite správny výsledok.*
- *XY narysoval nasledujúci trojuholník. ...nasleduje obrázok trojuholníka ... O aký typ trojuholníka vzhľadom na jeho vnútorné uhly ide? Označte správnu odpoveď. ... nasledujú možnosti, z ktorých treba vybrať.*

Takéto typy úloh sú síce zasadené do reálneho kontextu v tom zmysle, že sa odohrávajú na konkrétnom mieste a vystupujú v nich konkrétni ľudia, nemožno ich však vzhľadom na definovanie a podstatu matematickej gramotnosti považovať za úlohy, ktoré by mali testovať matematickú gramotnosť. V úlohách z matematickej gramotnosti sa očakáva, že v nich bude matematika predstavovať nástroj na vyriešenie nastoleného problému vychádzajúceho z bežného života človeka. Za reálnu situáciu spĺňajúcu podmienku praktickosti však možno považovať situáciu, ktorá naozaj môže, ale nie nutne musela, nastať v živote človeka. Zámerne hovoríme o tom, že situácia nemusela nastať v živote človeka, pretože kontextom úlohy zaraditeľnej medzi úlohy z matematickej gramotnosti môže byť napríklad aj postmoderné umenie a stavby či techniky, ktoré zatiaľ neexistujú (nie je však vylúčené, že sa s nimi človek niekedy v budúcnosti stretne).

Pri zamýšľaní sa, či ide o úlohu z oblasti matematickej gramotnosti alebo nie, treba brať do úvahy a zamýšľať sa aj nad praktickosťou položených otázok. Celkovo preto nestačí, aby spoločný obsah alebo znenie samotnej úlohy predstavovalo opis reálnej situácie, ale aj položená otázka by mala byť „reálnou“ otázkou, ktorú by si človek v opísanej situácii mohol klásť a potreboval na ňu nájsť odpoveď. Takto formulované úlohy, ktorých znenie predstavuje reálnu situáciu so života bežného človeka a položená otázka predstavuje otázku, na ktorú by človek v opísanej situácii potreboval odpoveď, sú v podstate odpoveďou na otázky žiakov typu: „Na čo mi toto kedy bude treba?“, „Kde to použijem?“, s ktorými sa zrejme každý učiteľ počas svojej pedagogickej praxe stretol.

Vzhľadom na ciele vzdelávania na Slovensku so snahou orientovať obsah vzdelávania na potreby praktického života, by mali byť úlohy z matematickej gramotnosti samozrejmom súčasťou každého tematického celku v matematike. Žiaci by sa s nimi mali stretávať podľa možností čo najčastejšie a čo najaktívnejšie, jednak počas vyučovania, ale aj počas testovaní, ktorých samozrejmom súčasťou by mali byť aj úlohy tohto zamerania.

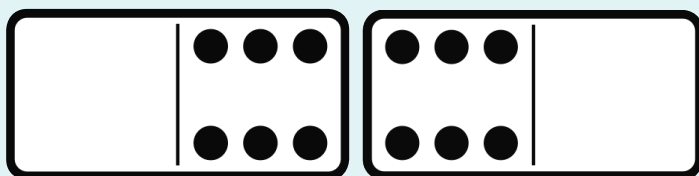
Ako ilustráciu vyššie spomínaného uvádzame niekoľko ukážok úloh z matematickej gramotnosti pre stupeň vzdelávania ISCED 1, ISCED 2 a ISCED 3. Stupeň vzdelávania, pre ktorý je daná úloha určená je uvedený v záhlaví každej z úloh.

■ ISCED 1

Každý diel hry Domino sa skladá z dvoch častí, ako je uvedené na obrázku. Počet bodiek na každej časti môže byť od 0 po 6.

Koľko rôznych dielov domina sa dá vytvoriť, ak môže byť aj na obidvoch stranách rovnaký počet bodiek?

Poznámka: Diely na obrázku považujeme za rovnaké.



Dá sa vytvoriť ____ rôznych dielov domina.

Správna odpoveď: 28

Úloha vychádza z obsahu tematického okruhu Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika s akcentom na riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie. Výkon žiaka pri riešení úlohy je zameraný na vytvorenie si systému pri vypisovaní možností pri akceptovaní uvedených podmienok. Napriek tomu, že ide o kombinatorickú úlohu, pri ktorej by sme mohli využiť naučený algoritmus (vzorec), to pri danej vekovej kategórii žiakov nie je žiadané. Úloha bola po pilotovaní identifikovaná ako úloha mimoriadne ťažká, pričom rozlišovala výhradne len najlepších žiakov⁴⁷. Už pri zostavovaní úlohy si autori uvedomovali jej náročnosť, avšak pre rovnomerné zastúpenie ľahších a náročnejších úloh, bolo potrebné zaraďovať aj úlohy takéhoto charakteru.

Hranica medzi matematickou gramotnosťou a matematikou, ako sme už uviedli, je do určitej miery subjektívna, čo môže spôsobovať problém s jednoznačným zaradením úlohy do jednej z týchto oblastí. O tejto skutočnosti svedčí aj nasledujúca úloha, ktorú považujeme za testovú úlohu z matematickej gramotnosti, avšak na druhej strane sa môže javiť ako úloha matematická.

⁴⁷ KOVÁČ, A.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu – Matematickej gramotnosti pre 5. ročník ZŠ – Testy november 2014*. Bratislava: NÚCEM, 2015, 29 s.

■ ISCED 1

Stará mama mala narodeniny. Na jej oslavu prišla dcéra Žofka, teta Anna, ujo Fero a strýko Števo. Každý s každým sa pri dverách zvitl objatím. Vyber, koľko objatí bolo pri ich vzájomnom zvitani.

A) 7

B) 10

C) 14

D) 20

Správna odpoveď: B

Obsahovo patrí úloha do tematického okruhu Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika, pričom je zameraná na identifikovanie počtu všetkých možných dvojíc prvkov. Žiaci danej vekovej kategórie riešia úlohy tohto typu prostredníctvom vypisovania možností. Pri takto formulovanej úlohe, je potrebné, aby si žiak pri riešení uvedomil skutočnosť, koľko ľudí realizuje objatie a taktiež zobral do úvahy, že v tomto prípade nezáleží na poradí. Ako sa ukázalo po štatistickej analýze, druhá zo spomínaných skutočností bola pre žiakov problém. Úloha bola zaradená do kategórie ťažkých položiek, kde úspešnosť vyriešenia úlohy dosiahla úroveň 31,1 %. Neuvedenie si, že na poradí objímajúcich sa nezáleží⁴⁸ spôsobilo, že distraktor D sa stal pre žiakov veľmi atraktívny.

Pri zaradení uvedenej úlohy do oblasti matematickej gramotnosti sme vychádzali z toho, že aj keď ide o pomerne známe až typické znenie úlohy z kombinatoriky, ide v nej predsa len o reálnu situáciu. Na druhej strane položená otázka síce nepredstavuje priamo otázku, na ktorú by človek potreboval v opísanej situácii vedieť odpoveď, avšak v prípade, že niekto potrebuje časovo rozvrhnúť a naplánovať isté podujatie, mohol by aj túto informáciu potrebovať.

Pre porovnanie uvádzame ukážku úlohy, ktorá predstavuje úlohu výlučne matematického charakteru. Úloha obsahovo patrí do rovnakého tematického okruhu ako predchádzajúca úloha o objatiach.

■ ISCED 1

Koľko všetkých rôznych trojčiferných čísel sa dá vytvoriť z číslíc 1, 3 a 5, ak sa číslice v čísle nemôžu opakovať?

Dá sa vytvoriť ____ trojčiferných čísel.

Správna odpoveď: 6

V porovnaní s predchádzajúcou úlohou je táto úloha zameraná na identifikovanie počtu všetkých možných trojíc prvkov, pričom je v zadaní exaktne napísané, že číslice sa v čísle nemôžu opakovať. Pri predchádzajúcej úlohe si musel žiak pri riešení úlohy sám uvedomiť, či záleží alebo nezáleží na poradí prvkov v skupine. Po štatistickej analýze sa v zhode s predpokladom autorov úlohy ukázalo, že ak je súčasťou zadania exaktne určenie spomínanej podmienky, tak aj úspešnosť žiakov sa posúva smerom hore, v tomto prípade na úroveň 70,4 %. Úloha bola preto zaradená do kategórie ľahkých položiek.

32

Možno si všimnúť, že predchádzajúca úloha o objatiach sa svojím kontextom a priblížením k realite odlišuje od tejto úlohy, ktorá predstavuje úlohu štandardného charakteru (úlohy podobného charakteru sú bežnou súčasťou používaných učebníc príslušného ročníka základnej školy) bez vsadenia kontextu do reálnej situácie.

Ako ilustráciu dôležitosti zváženia reálnosti otázky a jej praktickosti pri rozlišovaní úloh z oblasti matematickej gramotnosti uvádzame porovnanie nasledujúcich dvoch úloh určených pre ISCED 2.

⁴⁸ BAGLJAŠ, I.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testového zošita TZ1A*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 3 s.

■ ISCED 2

Nákup v pizzerii

Štyri kamarátky Nela, Ema, Sára a Dáša išli na obed do miestnej pizzerie. Informácie o pizzách, prílohách a nápojoch sú uvedené v nasledujúcich tabuľkách. Hmotnosť pizze aj surovín z prílohy je uvedená v surovom stave. Zákazníkom, ktorí sú vlastníkami *Pizza karty*, je pri platbe poskytnutá 10 %-ná zľava z celkovej ceny objednávky.

Názov pizze	Menšia priemer 32 cm	Väčšia priemer 40 cm
Pikantná tuniak, šampiňóny, kukurica, feferóny	5,50 € (645 g)	8,70 € (1 070 g)
Šunková šunka	4,90 € (535 g)	6,70 € (820 g)
Letná šunka, paradajka, kávia	4,85 € (595 g)	7,25 € (930 g)
Šampiňónová šunka, šampiňóny	5,00 € (580 g)	7,45 € (990 g)
Salámová saláma, šunka, kukurica	5,35 € (595 g)	7,70 € (950 g)
Kalimero vajce, šunka, šampiňóny, kukurica	5,45 € (700 g)	7,90 € (1 110 g)
Syrová syr niva, syr mozzarella, údený syr	5,95 € (595 g)	8,00 € (980 g)

Prílohy	
Šunka	0,50 € (50 g)
Kukurica	0,40 € (40 g)
Šampiňóny	0,50 € (70 g)

Nápoje	Cena za kus
Kofola 1 l	1,10 €
Kofola 0,5 l	0,90 €
Rajec 0,75 l	0,70 €
Fanta 1 l	1,20 €
Bonaqua 0,5 l	0,80 €
Bonaqua 1,5 l	1,40 €

Zdroj: <http://pizzasmejo.sk/offer> [cit. 23. 9. 2014, upravené]

Úloha 1

Sára mala za svoju objednávku zaplatiť 15 eur. Pri tejto platbe využila zľavu, pretože je vlastníkom *Pizza karty*. Koľko eur platila Sára za svoju objednávku po zľave?

Po zľave Sára zaplatila za svoju objednávku _____ €.

Správna odpoveď: 13,50 (13,5)

Úlohu možno z hľadiska jej zamerania zaradiť do tematického okruhu Čísla, premenné, počtové výkony s číslami. Časť informácií potrebných na výpočet je uvedená v texte úlohy, informáciu o zľave si žiak potrebuje vyhľadať v znení spoločného obsahu. Zo žiackych riešení uvedenej úlohy v rámci jej pilotovania vyplynulo, že ide o ľahkú položku s výbornou rozlišovacou schopnosťou, avšak takmer výlučne v skupine žiakov s podpriemernou úrovňou schopnosti.⁴⁹ Správne na ňu odpovedalo až 87,8 % z testovaných žiakov.

⁴⁹ JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 2. ročník SŠ – máj 2014. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 33 s.

Situácia uvedená v spoločnom obsahu vychádza z bežného života a je možné predpokladať, že väčšina žiakov má s podobnou situáciou dokonca osobnú skúsenosť. Rovnako tak položená otázka predstavuje praktický problém, ktorý treba v danej situácii riešiť.

Naopak tomu však je v nasledujúcej ukážke úlohy.

■ ISCED 2

Barborka má hmotnosť 45 kg a môže niesť maximálne 10 % svojej hmotnosti.

Do košíka si nakladá jabĺčka balené po 1 kg.

Vypočítajte, akú maximálnu hmotnosť v kilogramoch môže mať Barborka aj s jablkami, ak hmotnosť košíka zanedbáme.

Barborka s jablkami bude vážiť _____ kg.

Správna odpoveď: 49

Z hľadiska obsahu vychádza úloha z rovnakého tematického okruhu ako predchádzajúca úloha. Avšak, správne vyriešenie úlohy si vyžaduje použitie vyšších kognitívnych operácií v porovnaní s predchádzajúcou úlohou o nákupe v pizzerii. Po pilotnom testovaní úlohy sa ukázalo, že ide o priemerne obťažnú položku s veľmi dobrou rozlišovacou schopnosťou.⁵⁰ Správne ju vyriešilo 30,2 % žiakov.

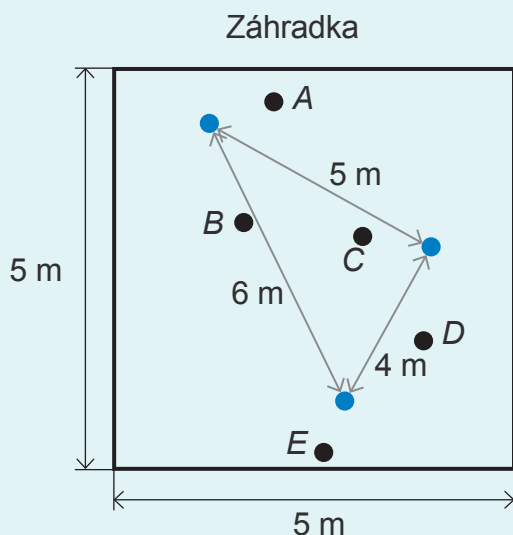
I keď sa zdá, že ide o matematickú situáciu zasadenú do reálneho kontextu, situácia, ktorá je tu matematizovaná, je len „pseudoreálna“. V skutočnosti by nemalo praktický význam, aby sa nakupujúci vážil spolu s nákupom, ani to, aby počítal 10 % z vlastnej hmotnosti, ale aby vedel, koľko jablák má kúpiť.

Nasledujúce dve úlohy predstavujú porovnanie úloh z matematickej gramotnosti a matematiky pre stupeň vzdelávania ISCED 3.

■ ISCED 3

Záhrada

Manželia Záhradní sa rozhodli, že záhradu za ich domom zmenia na okrasnú záhradu, kde by mohli oddychovať. V záhradke chcú tri zavlažovacie zariadenia, z ktorých každé bude striekať vodu maximálne do vzdialenosti 2 m v každom smere, znázornené na obrázku ako modré guľôčky. Pani Záhradná by chcela do záhradky trpaslíkov a pán Záhradný určite hojdaciu sieť.



⁵⁰ BAGLJAŠ, I.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MAT8 ISCED2. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014; 19 s.

Záhradka manželov Záhradných susedí z jednej strany s ďalším rodinným domom. Pán Záhradný by chcel z tejto strany postaviť murovaný plot tak, aby z okna jeho suseda nebolo vidieť do jeho záhradky. Koľko metrov by minimálne mala byť výška tohto plotu, ak susedov dom bude vzdialený 1 m od plotu (hranice záhradky) a predpokladáme, že sused sa z okna pozerá z výšky približne 1,5 m? Výška plotu by mala byť minimálne ____ m.

Správna odpoveď: 1,25

Kontext úlohy vychádza z reálnej situácie, do ktorej sa každý človek niekedy v živote môže dostať. Opísaná situácia tak priamo dáva odpoveď na otázku, kde sa v živote využívajú poznatky z oblasti geometrie, konkrétne zhodnosti a podobnosti útvarov. Matematickou alternatívou k uvedenej úlohe je napríklad nasledujúca úloha.

■ ISCED 3

Vypočítajte výšku stožiaru, ktorého najvyšší bod musí byť viditeľný zo vzdialenosti 200 m pod rovnakým uhlom ako najvyšší bod pouličnej lampy vysokej 2,6 m zo vzdialenosti 1 m. Výsledok uveďte v metroch.

Výška stožiaru je ____ m.

Správna odpoveď: 520

V úlohe žiak využíva rovnaké poznatky ako v úlohe z matematickej gramotnosti, ide v nej však o čisto matematickú situáciu, ktorá by síce mohla mať reálne využitie, ale toto využitie nie je z formulácie úlohy zrejmé. Žiak tak vníma poznatky z uvedenej oblasti matematiky len v ich matematickom využití. Úloha nie je formulovaná tak, aby predstavovala opis problému, ktorý človek v živote reálne rieši.

3.2. Nezávislosť úloh v rámci jedného spoločného obsahu

V pedagogickej praxi sa stretávame aj so sériami úloh, ktoré môžu byť navzájom závislé. Pri navzájom závislých úlohách sa v nasledujúcich úlohách využívajú výsledky z predchádzajúcich úloh. Správne vyriešenie niektorej z úloh tak závisí od úspešnosti žiaka pri riešení inej úlohy. Počas vyučovania má však učiteľ vždy možnosť usmerniť žiakov a zamedziť tak nastaniu nežiaduceho efektu použitia závislých úloh. V priebehu testovania toto však nie je možné. Pri tvorbe testových úloh je preto nutné zabezpečiť, aby úlohy vytvorené k jednému spoločnému obsahu neboli navzájom závislé, čím sa docieli, že testovaný žiak aj napriek chybnému kroku v riešení jednej úlohy môže ostatné úlohy vyriešiť správne.

Niekedy sa pri tvorbe úloh môže stať, že úlohy navonok nevyzerajú ako závislé, je však medzi nimi skrytá závislosť. O skrytej závislosti hovoríme vtedy, keď na vyriešenie jednej úlohy použijeme určitý čiastkový medzivýpočet, ktorý potrebujeme použiť ako medzivýpočet aj na vyriešenie druhej úlohy. Väčšinou sa takéto situácie dajú opraviť zmenou formulácie určitej časti úloh alebo oddelením úloh. Každopádne, učiteľ, ktorý zostavuje test z úloh viažucich sa k jednému spoločnému obsahu, by mal myslieť nielen na závislosť úloh v zmysle použitia výsledku jednej z úloh pri riešení inej úlohy, ale aj na opísanú skrytú závislosť a takéto úlohy nezaraďovať spolu v jednom teste. Úlohy však môžu po ich oddelení vystupovať samostatne a plniť tak svoj cieľ pri testovaní.

Všetky úlohy viažuce sa k jednému spoločnému obsahu, ktoré sme uviedli v predchádzajúcom texte, považujeme za úlohy navzájom nezávislé. Nasledujúce úlohy uvádzame ako príklad skrytej závislosti v úlohách.

ISCED 2

Predaj automobilov

V autorizovanej predajni automobilov zaznamenali do tabuľky počet predaných automobilov v jednotlivých sezónach počas minulého roka.

Sezóna	Osobné automobily	Úžitkové automobily
Jar	72	22
Leto	130	34
Jeseň	172	36
Zima	198	56

Úloha 1

Priemerne koľko automobilov sa predalo počas minulého roka za jednu sezónu?

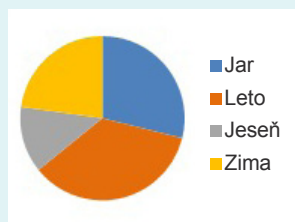
Počas minulého roka za jednu sezónu sa priemerne predalo ____ automobilov.

Správna odpoveď: 180

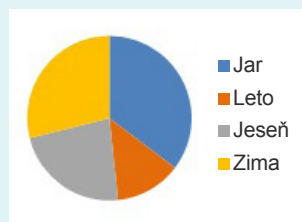
Úloha 2

Ktorý z kruhových diagramov zobrazuje predaj osobných a úžitkových automobilov počas minulého roka?

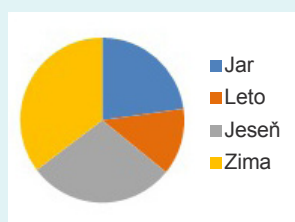
A



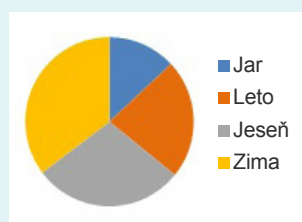
C



B



D



Správna odpoveď: D

V čom spočíva skrytá závislosť medzi týmito úlohami? Na vyriešenie prvej úlohy potrebuje žiak sčítať údaje v riadkoch tabuľky – počet osobných a počet úžitkových automobilov v jednotlivých ročných obdobiach. Až potom prejde k samotnému výpočtu priemerného počtu predaných automobilov za sezónu. V úlohe 2 sa dá predpokladať, že žiaci pri identifikovaní, ktorý graf zobrazuje predaj osobných a úžitkových automobilov počas roka, využijú výsledky sčítania údajov v riadkoch tabuľky z prvej úlohy. Ak sa teda niekto v tomto kroku pomýlil, dá sa očakávať, že bude mať nesprávne vyriešené obe úlohy. Takto by bol žiak pre jednu chybu „diskvalifikovaný“ dvakrát, čo nie je v testovaní žiaduce.

Napriek tomu tieto úlohy môžu po ich oddelení vystupovať jednotlivo v rôznych testoch. Ak by sme však chceli použiť obe úlohy, ktoré sa k danému spoločnému obsahu viažu, v jednom teste, bolo by treba jednu z nich upraviť. Napríklad, v úlohe 1 orientovať zadanie na výpočet priemerného počtu predaných osobných automobilov za sezónu (nie všetkých) a v druhej úlohe sa zamerať len na úžitkové automobily, prípadne doplniť tabuľku o ďalší údaj predstavujúci súčet predaných osobných automobilov a súčet predaných úžitkových automobilov a zmeniť zadanie len v úlohe 1 (napríklad len na priemerný počet predaných osobných automobilov). Možnosť na úpravu uvedených úloh tak, aby boli nezávislé, je však určite viac.

3.3. Stanovenie cieľa testovej úlohy

Pod stanovením cieľa testovej úlohy máme hlavne na mysli ujasnenie si cieľa testovania, teda čo chceme testom, v ktorom je daná úloha použitá, zistiť. Ak chceme prostredníctvom testu získať informácie o tom, aké okruhy robia žiakom problémy, musíme dbať na to, aby úloha použitá v teste **jednoznačne testovala vedomosti žiaka len z jedného okruhu**. Ak by sme chceli ísť ešte hlbšie a testovať kvalitu vedomostí z jedného konkrétneho okruhu, je nutné, aby bola každá z úloh v teste zameraná priamo na **testovanie, či žiak disponuje niektorou konkrétnou vedomosťou** z daného okruhu. Mala by vedieť ukázať, či žiak daný fakt, vzťah či procedúru ovláda. V opačnom prípade, teda pri použití úloh, ktoré v sebe spájajú viacero vedomostí prípadne niekoľko tematických okruhov, by sa pri neúspechu žiaka pri riešení úlohy nedalo povedať, ktorá vedomosť resp. okruh v matematike bol pri riešení pre žiaka problémom. Vezmime si napríklad úlohu, v ktorej dochádza k spojeniu výpočtu percent a obsahu útvaru (pre stupeň vzdelávania ISCED 2). Ak žiak v tejto úlohe neodpovie správne, nemožno z toho usúdiť, že nevie narábať s percentami, ale ani to, že nevie vypočítať obsah daného útvaru. Iným prípadom sú však testovania, kedy je cieľom testovania žiakov rozlíšiť (napr. na konci jednotlivých stupňov vzdelávania, či na konci školského roka), keď majú zvládnutý určitý rozsah učiva z viacerých tematických celkov. Takýto test môže obsahovať aj úlohy, ktoré si vyžadujú spájanie poznatkov z viacerých okruhov, využívanie a tvorbu súvislostí medzi nimi.

Samozrejme, v úlohách, ktoré sú určené na vyučovanie, nie na testovanie, je možné pripustiť prepomenie učiva z viacerých tematických okruhov či celkov.

Úlohy z matematickej gramotnosti vychádzajú z reálnych situácií v celej ich komplexnosti, ktorá má tendenciu prejavovať sa aj v samotných úlohách. Preto špeciálne v úlohách z matematickej gramotnosti je náročnejšie, nie však nemožné splniť kritérium zamerania úlohy na jednu testovanú oblasť, ak je to potrebné. Uvedené dokumentujú aj nasledovné dve ukážky úloh z matematickej gramotnosti.

■ ISCED 1

Na výlete na rozhľadňu prešli deti 375 očíslovaných schodov.

Po ceste späť sa Ondrej rozhodol skákať po schodoch dolu podľa určitého pravidla.

Nájdí pravidlo a zisti, na ktorom schodíku bude po 10. skoku.

375 → 373 → 370 → 368 → 365 → 363 → 360

Po 10. skoku bude Ondrej na schodíku číslo ____ .

Správna odpoveď: 350

Úloha bola po pilotovaní zaradená medzi veľmi ťažké položky, pričom mala veľmi dobrú rozlišovaciu schopnosť, najmä u nadpriemerných žiakov. Úlohu správne vyriešilo len 11,6 % žiakov⁵¹, čo mohlo byť spôsobené aj nerozlíšením medzi pomenovaním 10. skok a 10. schod.

Úloha je z tematického okruhu Postupnosti, vzťahu, funkcie, tabuľky, diagramy s akcentom na riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie. Je zameraná na testovanie schopnosti identifikovať pravidlo postupnosti čísel a pokračovať vo vytvorenej postupnosti. Síce žiak musí v úlohe najskôr identifikovať, že ide o klesajúcu postupnosť, potom objaviť, že ide o odčítanie čísel 2 a 3 a nakoniec určiť, ktorý je 10. skok. Všetky tieto jeho schopnosti sú súčasťou schopnosti identifikovať pravidlo postupnosti čísel a pokračovať v nej. Ak žiak v úlohe neodpovie správne, možno povedať, že túto schopnosť identifikovať pravidlo a pokračovať v postupnosti čísel nemá. Úloha teda testuje túto schopnosť ako celok. Ak by sme chceli konkrétne testovať jednotlivé súčasti tejto schopnosti ako napríklad identifikovanie klesajúcej postupnosti, bolo by potrebné použiť inú úlohu.

⁵¹ KOVÁČ, A.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu – Matematickej gramotnosti pre 5. ročník ZŠ – Testy november 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 29 s.

Ako druhú ukážku uvádzame úlohu z obsahu vzdelávania pre stupeň ISCED 3.

■ ISCED 3

Beh na Minčol

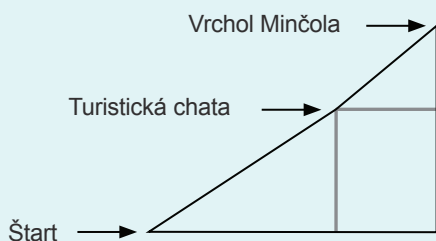
Minčol (1 157 m n. m.) je lúčnatý vrch, ktorý je najvyšší v pohorí Čergov.

Má charakter čučoriedkovej hole s typickou karpatskou horskou kvetenou zasahujúcou aj do lesných spoločenstiev. Na vrchole je hraničník okresov vo forme betónového pylónu, súčasne pamätník turistického zrazu SNP v roku 1979.

Každoročne sa organizuje súťaž v behu na vrchol Minčola. Celková dĺžka trate bežcov je 4100 metrov, pričom bežci prekonajú celkovo prevýšenie 522 metrov.

Trať je rozdelená na dve časti, od štartu po úroveň turistickej chaty je prvá, ľahšia, časť trate s dĺžkou 3000 m a od chaty na vrchol druhá, ťažšia, časť trate.

Stúpanie na prvom úseku trate je 12 %, čo zodpovedá uhlu približne 7° .



Zdroj: <http://www.kstlipany.estranky.sk/fotoalbum/mincol-a-jeho-zakutia/mincol/> [cit. 24. 3. 2014]

V roku 2013 sa uskutočnil už 12. ročník tejto súťaže, ktorého sa zúčastnilo 90 bežcov.

Na prvých troch miestach v kategórii mužov sa umiestnili Karol V., Imrich T. a Zdeno K.

Ich výsledné časy sú uvedené v tabuľke.

Beh na vrchol Minčola		
Kategória: muži		
	Meno	Výsledný čas
1.	Karol V.	27,45 min.
2.	Imrich T.	28,25 min.
3.	Zdeno K.	30,02 min.

O koľko sekúnd neskôr ako víťaz dobehol do cieľa Imrich T.?

Imrich T. dobehol o ___ sekúnd neskôr.

Správna odpoveď: 48

Ide o úlohu, ktorá obsahovo vychádza z tematického okruhu Číslo, premenné, početné výkony s číslami. Zameriava sa výlučne na testovanie schopnosti žiaka pracovať s jednotkami. Práve tento obsah vzdelávania (celok práca s percentami) sa stáva často v úlohách z matematickej gramotnosti súčasťou úlohy, v ktorej je treba vykonať ešte ďalšie iné operácie nesúvisiace s prácou s jednotkami. Problém, situácia, v ktorej je treba pracovať výlučne len s mernými jednotkami, sa totiž môže na prvý pohľad javiť ako nereálna, resp. obsahovo nedostatočná pre vytvorenie zmysluplnej úlohy.

Pre porovnanie si možno všimnúť obsah nasledujúcej úlohy, ktorá v sebe spája poznatky z viacerých tematických okruhov.

■ ISCED 2

Sklenená pyramída v Louvri

Súčasný vchod do múzea v Louvri tvorí sklenená pyramída, ktorá bola postavená v strede nádvorja, pretože pôvodný vchod nezvládol veľké množstvo návštevníkov (až 15 000 ľudí denne). Táto pyramída má tvar pravidelného štvorbokého ihlana s podstavou hranou 35 m a výškou 20,6 m. Dvakrát mesačne umýva jej povrch špeciálny robot.



Zdroj obrázku: <http://www1.cs.columbia.edu/~sedwards/photos/paris2002/Images/P3021302%20Louvre%20Pyramid.jpg> [cit. 23. 9. 2014]

Zdroj: <http://www.nytimes.com/1989/03/29/arts/pei-pyramid-and-new-louvre-open-today.html>,
https://www.facebook.com/zagg/posts/10152062582382483?stream_ref=10 [cit. 23. 9. 2014, upravené]

Úloha 1

Aký obsah v cm^2 by mala podstava makety tejto pyramídy zhotovená v pomere 1 : 350?
 Do vyznačeného poľa doplňte odpoveď číslom.

_____ cm^2

Správna odpoveď: 100

Úloha bola pilotovaná v teste pre žiakov 1. ročníka stredných škôl, čím bolo zaručené, že všetky oblasti, ktorých sa úloha obsahovo dotýka, testovaní žiaci už preberali. Na základe výsledkov žiakov v pilotovanom teste bola táto úloha mimoriadne obťažnou položkou s výbornou rozlišovacou schopnosťou a slabou koreláciou so zvyškom testu. Na položku vedelo odpovedať správne len 1,2 % žiakov.⁵²

Na správne vyriešenie tejto úlohy musia mať žiaci zvládnuté učivo o pomere z okruhu Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy a zároveň učivo o ďalších telesách, konkrétne o ihlane z okruhu Geometria. Ak žiak na úlohu neodpovie správne, nevieme s istotou povedať, v ktorom z týchto okruhov má nedostatky. Úloha však môže mať potenciál v dobrom rozlíšení žiakov (žiaci, ktorí vedú komplexne narábať s potrebnými poznatkami a žiaci, ktorí vedú použiť tieto poznatky len samostatne, prípadne ich použiť nevedia), čo sa pri uvedenej úlohe potvrdilo jej testovaním na žiakoch.

⁵² JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 2. ročník SŠ – máj 2014. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 33 s.

3.4. Jednoznačnosť testovej úlohy

Nemenej dôležitou požiadavkou kladenou na úlohy z matematickej gramotnosti (obzvlášť na testové úlohy) je jednoznačnosť testovej úlohy. V rámci jednoznačnosti treba hlavne hovoriť o jednoznačnosti v zmysle nemožnosti pochopiť znenie úlohy rôzne pri jeho čítaní dvoma rôznymi čitateľmi. S čím v testových úlohách z matematickej gramotnosti súvisí potreba „oklieštiť“ realitu, to znamená uviesť v úlohe také údaje, ktoré reálne človek nemá (používa odhad) prípadne doplniť znenie o poznámku, že určitý faktor vplyvajúci na riešenie úlohy nebude braný do úvahy a pod. V rámci testovej úlohy totiž nie je priestor na rôzne špekulácie, ktoré sú, naopak, žiaduce pri riešení úloh z matematickej gramotnosti vo vyučovaní. Tu vzniká priestor na diskusiu o všetkých faktoroch, ktoré na riešenie majú vplyv a ich začlenenie do riešenia nastoleného problému.

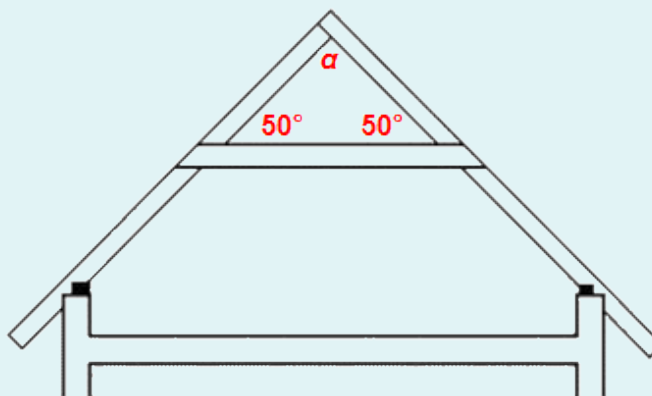
V rámci zachovania jednoznačnosti znenia úlohy je ďalej možné hovoriť o **odbornej presnosti v matematických pojmoch**. V súvislosti s odbornou terminológiou v úlohách z matematickej gramotnosti sa totiž vynára otázka, či používať alebo nepoužívať v týchto úlohách čisto matematické pojmy, ako sú napríklad pojmy z geometrie (lichobežník, zrezaný kužeľ a pod.), ale aj pojmy z iných oblastí matematiky ako pojem funkcia, relatívna početnosť a iné (nemáme na mysli bežne používané matematické pojmy ako štvorec, kocka a pod.). Na jednej strane možno argumentovať, že byť matematicky gramotný znamená vedieť využiť poznatky z matematiky, teda aj pojmy, pri riešení problémov v bežnom živote. Na druhej strane však možno argumentovať, že na to, aby človek vedel riešiť problém, v ktorom vystupuje teleso ako je napríklad zrezaný kužeľ, nemusí vedieť toto teleso pomenovať. V reálnom živote sa totiž s týmto telesom človek stretá nie v jeho teoretickej podobe ale vo forme predmetov, napríklad kužeľov na ceste, vedier, kvetináčov a tieto je možno vhodnejšie nahradiť v úlohe obrázkom.

V nasledujúcej ukážke si možno všimnúť, že informácie v použítom spoločnom obsahu boli vo veľkej miere uvedené formou obrázku a nesúvislého textu. Ide tu zároveň o príklad situácie, kedy obrázky dokážu sprostredkovať informácie jednoduchšie, než presný slovný opis a reálnejšie, než použitie matematického pojmu.

ISCED 2

Strecha

Pán Tesárik sa rozhodol, že si vo svojej záhrade postaví chatku. Urobil si predbežné náčrty a poznámky, v ktorých niektoré údaje zabudol uviesť.



Poznámky

Druh strešnej krytiny, ktorý môžem použiť:

- pálená škridla
- drevené šindle
- asfaltové šindle
- vlnitý plech

Drevené hranoly:

- Potrebujem 14 hranolov dlhých 350 cm.
- Predávajú iba 400 cm dlhé kusy.
- 100 cm stojí 3 €.
- Každý hranol musím zrezať.

Zdroje obrázkov

<http://www.stavba-az.sk/viewtopic.php?f=19&t=676> [cit. 2. 12. 2014, upravený]

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Krov_krokevni.png [cit. 2. 12. 2014, upravený]

Úloha 1

Na základe údajov zobrazených na náčrte vypočítajte veľkosť uhla α v stupňoch, ktorý zvierajú dva hranoly pri vrchole strechy.

Do vyznačeného poľa uveďte odpoveď číslom.

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

Správna odpoveď: 80

Ak by sme sa chceli pokúsiť situáciu v spoločnom obsahu o streche a v naň nadväzujúcej úlohe naformulovať len slovami a bez použitia obrázkov, text by bol pravdepodobne veľmi dlhý a náročný na porozumenie. Navyše, uvedená formulácia úlohy je jednoznačná aj bez toho, aby sme používali matematické pojmy ako rovnostranný trojuholník. Informácie potrebné na vyriešenie úlohy sú jasne znázornené v obrázku.

Podobné to je aj v nasledujúcej úlohe.

■ ISCED 3

Palacinky

Marek chce svojej priateľke pripraviť prekvapenie na večer a urobiť palacinky. Na internáte nemá váhu, preto hľadal recept bez váženia. Našiel tento:

POTREBNÉ PRÍSADY

3 dcl mlieka, 2 dcl vody, 1 dcl oleja, 2 vajcia, 1,5 dcl hladkej múky, 1,5 dcl polohrubej múky, štipka soli

POSTUP PRÍPRAVY

Čo môže byť na palacinkách geniálne? To, že sa nelepia a sú jemnučké a nadýchané ako obláčik. Všetky prísady spolu zmiešame. Palacinky pečieme na poriadne rozohriatej panvici a len pri prvej potrebe panvicu olejom. Na ostatné to už nie je potrebné. Hotové palacinky môžeme „použiť“ na sladký spôsob, ale aj na slaný - naplníme šunkou, syrom, kečupom, čímkoľvek. Chutia výborne. Vyskúšajte!

POZOR!!! Ak pridáte viac hladkej múky, budú palacinky hustejšie.

Zdroj (upravené): <http://www.mimibazar.sk/recept.php?id=5654> [cit. 10.7.2014]

Pri príprave surovín však zistil, že nemá žiaden pohár ani šálku, ktoré by mali napísané, aký je ich objem. Vie, že klasické šálky mávajú objem približne 2-3dcl. Našiel v skrinke tieto tri rovnako vysoké šálky.



O každej z Marekových úvah rozhodnite, či je pravdivá alebo nepravdivá.

	Pravdivá	Nepravdivá
Kedže sú hrnčeky rovnako vysoké, je jedno, ktorý hrnček použijem, všetky tri šálky majú rovnako veľký objem.		
Ak je plocha dna červeného hrnčeka rovnaká ako plocha dna zeleného hrnčeka, potom majú tieto dve šálky aj rovnaký objem.		
Ak je plocha dna žltého hrnčeka rovnaká ako plocha dna zeleného hrnčeka, potom majú tieto dve šálky rovnaký objem.		
Kedže má každý hrnček iný tvar, má každý z nich aj iný objem a to aj napriek tomu, že sú rovnako vysoké.		

Správna odpoveď: Nepravdivá, Nepravdivá, Pravdivá, Nepravdivá

Je zrejmé, že v úlohe sú namiesto pojmov valec alebo zrezaný kužeľ použité obrázky šálok, ktoré možno považovať za dostatočný zdroj potrebných informácií pre vyriešenie úlohy a pre zachovanie jej jednoznačnosti. Domnievame sa, že použitím presných matematických pojmov pri opise tvaru jednotlivých šálok by sa z uvedenej úlohy mohla stať úloha, ktorej podstatou by bolo hlavne vedieť si predstaviť tvar pomenovaných telies, čo nie je jej cieľom.

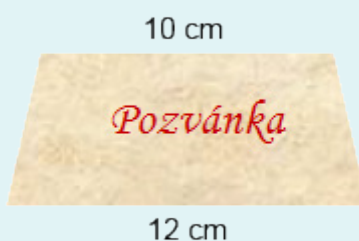
Naopak, nasledujúca úloha je ukážkou úlohy, v ktorej je potrebné exaktne uviesť v znení pojem rovnoramenný lichobežník. I keď je vďaka tomu znenie spoločného obsahu viac „umelé“ a dalo by sa namietajú, že v hovorovej reči by sme sa takto nevyjadřili, keďže ide o testovú úlohu, tento pojem bolo nutné v záujme zachovania jej jednoznačnosti použiť.

■ ISCED 2

Pozvánky

Erika bude vyrábať pozvánky na školské predstavenie. Pozvánky budú mať tvar rovnoramenného lichobežníka s výškou 5 cm. Zvyšné rozmery sú uvedené na obrázku.

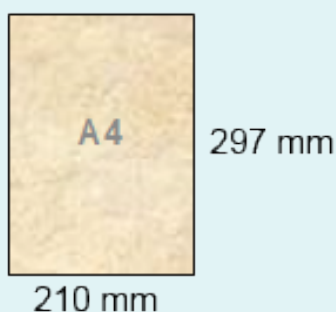
Minulý rok 100 kusov rovnakých pozvánok sama vyrobila celkovo za 24 hodín.



Úloha 1

Zistite, najviac koľko pozvánok na školské predstavenie s uvedenými rozmermi sa dá vystrihnúť z jedného papiera formátu A4. Rozmery papiera formátu A4 sú uvedené na obrázku.

Do vyznačeného poľa uveďte odpoveď číslom.



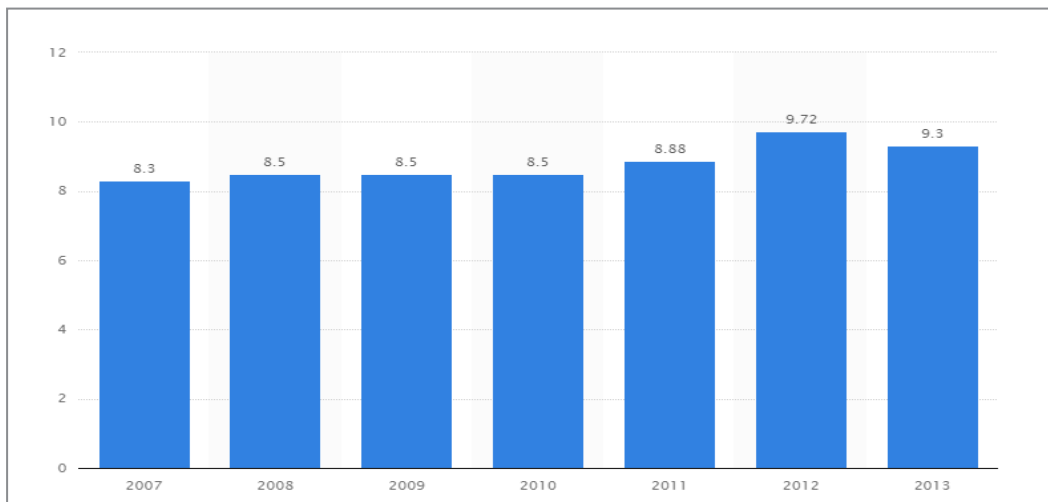
počet pozvánok: _____

Správna odpoveď: 9

Celkovo možno povedať, že všeobecne pri testových úlohách predstavuje podmienka jednoznačnosti azda tú najdôležitejšiu. A toto je nutné brať do úvahy aj v úlohách z matematickej gramotnosti pri úvahách o tom, či použiť v znení úlohy presný matematický pojem, obrázok, oba, prípadne obrázok doplniť opisom.

Jednoznačnosti úloh sa dotýka aj **presnosť grafického znázornenia**. Zvlášť v úlohách z matematickej gramotnosti sa často vyskytujú rôzne obrázky, tabuľky a grafy, ktoré plnia nielen ilustračnú funkciu, ale sú zároveň nositeľmi informácií. Tieto by preto mali byť znázornené presne, dostatočne výstižne a čitateľne, a to i keby v úlohe plnili len ilustračnú funkciu. Tým sa však nemyslí, že uhol veľkosti 60° musí nutne v obrázku zodpovedať uhlu s veľkosťou 60° . Tento uhol by však nemal byť na obrázku väčší ako uhol s veľkosťou 100° .

Ako príklad uvádzame nasledujúce dva grafy. Prvý predstavuje originálny graf a druhý úpravu tohto grafu pre potreby jeho využitia v úlohe. Nechceme tu analyzovať znenie úlohy, chceme sa zamerať len na grafickú úpravu, preto grafy uvádzame bez ďalšieho textu.



Graf 1: Graf pred úpravou



Graf 2: Graf po úprave

V priebehu úpravy grafu bol síce zmenený aj stĺpcový graf na pruhový, avšak kvôli zlepšeniu čitateľnosti a jednoznačnosti je dôležité dbať predovšetkým na pomenovanie osí grafu, vhodnú veľkosť a prípadne typ písma v grafe.

3.5. Emočná neutrálnosť a rodová rovnosť

V reálnom živote sa na nás „rútia“ zo všetkých strán rôzne negatívne správy. Stačí si prečítať noviny, či zapnúť televíziu. Pri použití reálnej situácie s negatívnym emočným podtónom (napr. úrazovosť, choroby, dopravné nehody, štatistika rozvodovosti, porovnávanie žiakov na základe známok, hmotnosti a pod.), môže v testovej úlohe prísť k tomu, že žiaka pri riešení úlohy rozruší, negatívne ovplyvnení a zníži jeho výkon. Je preto nutné hovoriť v rámci úloh z matematickej gramotnosti aj o **emočnej neutrálnosti a rodovej rovnosti**, pričom pod rodovou rovnosťou sa myslí rovnosť vzhľadom na pohlavie žiakov. Výber kontextu výrazne bližšieho k záujmom jedného z pohlaví môže naopak negatívne ovplyvniť výkon žiakov opačného pohlavia. Úlohy pre potreby testovania by zároveň nemali byť príliš vtipné, pretože aj emócie ako smiech by mohli ovplyvniť výsledky žiakov. Samozrejme, pre potreby vyučovania je vhodné zaraďovať veselé úlohy, aby žiaci vnímali pozitívnu stránku matematiky, ide však o celkom inú situáciu ako pri testovaní.

ZÁVER

Touto publikáciou sme sa snažili prispieť do odbornej diskusie o vnímaní úloh z matematickej gramotnosti, s akcentom na testové úlohy matematickej gramotnosti, ktoré majú oproti úlohám určeným na vyučovanie svoje ďalšie špecifiká. Na základe skúseností vychádzajúcich z tvorby testových úloh z matematickej gramotnosti, ako aj úloh z matematiky, sme sa pokúsili vymenovať základné charakteristiky úloh zameraných na testovanie matematickej gramotnosti.

Ako sme uviedli, hranica delenia úloh na úlohy matematické a na úlohy zamerané na matematickú gramotnosť je niekedy ťažko definovateľná. Napriek tomu dúfame, že sa nám podarilo aspoň čiastočne ozrejmiť pojem matematickej gramotnosti a definovať kritériá, ktoré musí spĺňať testová úloha z matematickej gramotnosti.

Veríme, že každý, kto sa venuje podobnej problematike a kto si našu publikáciu prečítal, nájde v nej niečo, čo zapadne do jeho „skladačky“ v predstavách o tom, čo je a čo nie je úlohou z matematickej gramotnosti. Publikované úlohy a ich analýza snáď budú aj inšpiráciou pre učiteľov matematiky, ktorí ich môžu využiť vo vyučovaní, či vo vlastných zostavovaných testoch, ale zároveň sa na základe nich môžu inšpirovať k tvorbe ďalších úloh.

LITERATÚRA

ATWEH, B. - FORGASZ, H. - NEBRES, B.: *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective*. New York : Psychology Press, 2001, 446 s. ISBN 0805837256

BAGLJAŠ, I.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG8A. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 31 s.

BAGLJAŠ, I.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testového zošita TZ1A*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 3 s.

BAGLJAŠ, I.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MAT8ISCED2. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014; 19 s.

BELZ, H. - SIEGFRIST, M.: *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení*. Praha : Portál, 2001, 376 s. ISBN 80-7178-479-6

DE LANGE, J. et al.: *Mathematics for literacy*. In: *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*. USA : National Council on Education and the Disciplines, 2003, pp. 75-89. ISBN 0-9709547-1-9

EURÓPSKA KOMISIA: *Implementation of the "Education & Training 2010" programme*. [online] Brusel : Commission of the European Communities, 2003, 82 s. [citované 15. 7. 2011]. Dostupné na internete: http://aei.pitt.edu/42882/1/SEC_%282003%29_1250.pdf

HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG5. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 40 s.

HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG1. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 41 s.

HAJDÚK, M.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu MG4. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 37 s.

HALLETT, D. H.: *The role of mathematics courses in the development of quantitative literacy. Quantitative Literacy*. In: *Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. New Jersey : National Council on Education and the Disciplines, 2003, pp. 91-98.

HRBÁČEK, M. – JUŠČÁKOVÁ, Z. – KOŠINÁROVÁ, T. – LAŠŠOVÁ, E. – POKRÝVKOVÁ, K. – RINGLEROVÁ, V.: *Matematická a čitateľská gramotnosť žiakov 9. ročníka základných škôl v školskom roku 2008/2009*. Bratislava : NÚCEM, 2009, 48 s. ISBN 978-80-970261-0-3

JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 2. ročník SŠ – máj 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 18 s.

JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 1. ročník SŠ. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 29 s.

JÁNOŠÍKOVÁ, E.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 2. ročník SŠ – máj 2014. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 33 s.

JUŠČÁKOVÁ, Z. – KURAJOVÁ-STOPKOVÁ, J. – KOŠINÁROVÁ, T. – LAŠŠOVÁ, E. – POLGÁRYOVÁ, E. – RINGLEROVÁ, V.: *Testovanie matematickej a čitateľskej gramotnosti v školskom roku 2009/2010*. Bratislava : NÚCEM, 2010, 39 s. ISBN 978-80-970261-3-4

KOVÁČ, A.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 5. ročník zo súboru testovaní Testy november 2014. Analýza prostredníctvom IRT*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 29 s.

KOVÁČ, A.: *Správa zo štatistického vyhodnotenia testu – Matematickej gramotnosti pre 5. ročník ZŠ – Testy november 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 29 s.

KUDÁCSEKOVÁ, M.: *Správa zo štatistického spracovania testu Matematická gramotnosť pre 8. ročník*. Bratislava : NÚCEM, 2014, 22 s.

KUDÁCSEKOVÁ, M.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 5. ročník zo súboru testovaní Testy november 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 20 s.

- KUDÁČSEKOVÁ, M.: *Správa zo štatistického spracovania pilotného testu Matematická gramotnosť pre 1. ročník zo súboru testov Testy november 2014*. Bratislava : NÚCEM, 2015, 19 s.
- KURAJOVÁ-STOPKOVÁ, J.: *Správa zo štatistického spracovania testu forma A matematickej gramotnosti v roku 2011*. Bratislava : NÚCEM, 2011, 72 s.
- KURAJOVÁ-STOPKOVÁ, J.: *Správa zo štatistického spracovania testu forma B matematickej gramotnosti v roku 2011*. Bratislava : NÚCEM, 2011, 73 s.
- Národný program výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike*. Bratislava : MŠVVaŠ SR, 2001, 29 s.
- OECD. 2013. *OECD Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills*. Paris : OECD Publishing, 2013, 464 s. ISBN 978-92-64-20425-6
- PISA – čitateľská, matematická a prírodovedná gramotnosť 15-ročných žiakov ZŠ a SŠ. [online] Bratislava : NÚCEM, 2010. [citované 10. 2. 2014]. Dostupné na internete: http://www.nucem.sk/sk/medzinarodne_merania/project/5
- PISA Slovensko, 2006. *Národná správa*. Bratislava : ŠPÚ, 2007, 56 s. ISBN 978-80-89225-37-8
- PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: *Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris : OECD Publishing, 2013, 265 s. ISBN 978-92-64-19051-1
- PISA 2012 – Výsledky PISA 2012. *Správa*. Bratislava : NÚCEM, 2012, 9 s.
- PISA 2012 – Zverejnenie prvých výsledkov. *Správa*. Bratislava : NÚCEM, 2012.
- SCHINDLER, R. et al.: *Rukoväť autora testových úloh*. Praha: Tauris, 2006, 88 s. ISBN 80-239-7111-5
- STACEY, K.: *Mathematical and scientific literacy around the world*. In: *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*. New York : City University of New York, 2010, pp. 1-16.
- STEEN, L. A.: *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Washington, DC : National Council on Education and the Disciplines, 2001, 142 s. ISBN 0-9709547-0-0
- STEEN, L. A. - TURNER, R. - BURKHARDT, H.: *Developing mathematical literacy*. In: *Modelling and applications in mathematics education*. USA : Springer US, 2007, pp. 285-294. ISBN 978-0-387-29820-7
- ŠIŠKOVIČ, M. - TOMAN, J.: *PISA 2012 – Výsledky Slovenska v kocke*. Bratislava : MŠVVaŠ SR, 2012, 16 s.
- Štátny vzdelávací program – Matematika – primárne vzdelávanie. [online] Bratislava : ŠPÚ, 2009, 25 s. [citované 17. 3. 2015]. Dostupné na internete: http://www.statpedu.sk/files/documents/inovovany_statny_vzdelavaci_program/zs/1_stupen/matematika_a_praca_s_informaciami/matematika_pv_2014.pdf
- Štátny vzdelávací program – Matematika - nižšie stredné vzdelanie. [online] Bratislava : ŠPÚ, 2009, 39 s. [citované 17. 3. 2015]. Dostupné na internete: http://www.statpedu.sk/files/documents/inovovany_statny_vzdelavaci_program/zs/2_stupen/matematika_a%20praca%20s%20informaciami/matematika_nsv_2014.pdf
- Štátny vzdelávací program – Matematika príloha ISCED3A. [online] Bratislava : ŠPÚ, 2009, 13 s. [citované 17. 3. 2015]. Dostupné na internete: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced3a.pdf
- Štátny vzdelávací program – Matematika príloha ISCED2. [online]. Bratislava : ŠPÚ, 2010, 45 s. [citované 17. 3. 2015]. Dostupné na internete: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/2stzs/isced2/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced2.pdf
- TREFFERS, A.: *Meeting innumeracy at primary school*. In: *Educational Studies in Mathematics*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991, pp. 333-352.
- ÚRADNÝ VESTNÍK EURÓPSKEJ ÚNIE: *Odporúčanie Európskeho parlamentu a rady z 18. decembra 2006 o kľúčových kompetenciách pre celoživotné vzdelávanie*. [online] 2006. 9 s. [citované 5. 8. 2011]. Dostupné na internete: <http://eurlex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:SK:PDF>
- WATSON, J. M.: *Quantitative Literacy in the Media: An Arena for Problem Solving*. Australia : Australian Association of Mathematics Teachers, 2004, pp. 34-40.

Vydal: © Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania
Miesto vydania: Bratislava
Rok vydania: 2015
Vydanie: prvé
Počet strán: 50
Náklad: 3000 kusov
Tlač: Róbert Jurových – Nikara, Krupina

ISBN 978-80-89638-24-6

ISBN 978-80-89638-24-6

